A blue spiral-bound notebook with a silver metal spiral binding at the top. The cover has a fine, pebbled texture. The title and date are printed in white, and the author's name is printed in white at the bottom.

# 太陽とニュートリノ

2012.05.10

柴橋博資

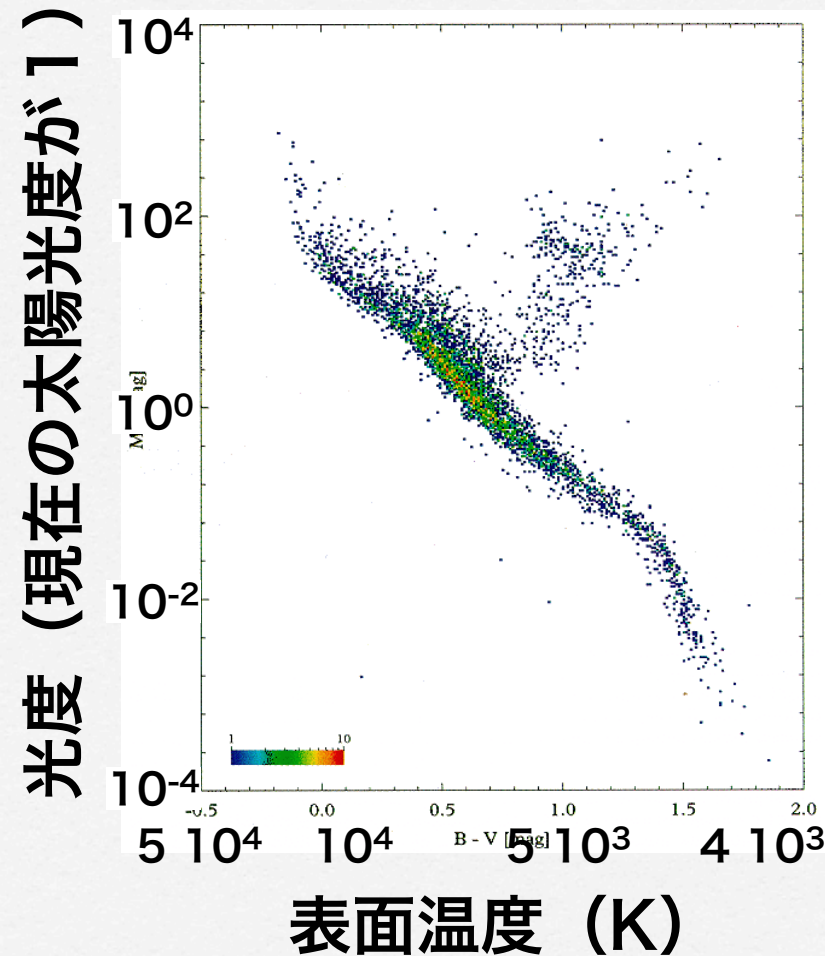
A spiral-bound notebook with a dark blue cover and a lighter blue textured interior. The spiral binding is at the top. The Japanese text '星はなぜ輝く' is centered on the page in a white, bold font with a slight drop shadow.

星はなぜ輝く

# 星の代表的な諸量

- 大きさ  $R_{\text{sun}} = 7 \cdot 10^8 \text{ m}$
- 質量  $M_{\text{sun}} = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$
- 放射エネルギー  $L_{\text{sun}} = 4 \cdot 10^{26} \text{ W}$
- 力学的時間尺度  $\tau_{\text{dyn}} = (GM/R^3)^{-1/2} \sim 1 \text{ hr}$
- 熱的時間尺度  $\tau_{\text{KH}} = GM^2/(RL) \sim 10^7 \text{ yr}$

# 表面温度と光度 (単位時間当り放射量)



光度は  
見かけの明るさと  
距離情報から

距離は視差測定から

主系列の存在  
巨星分枝の存在

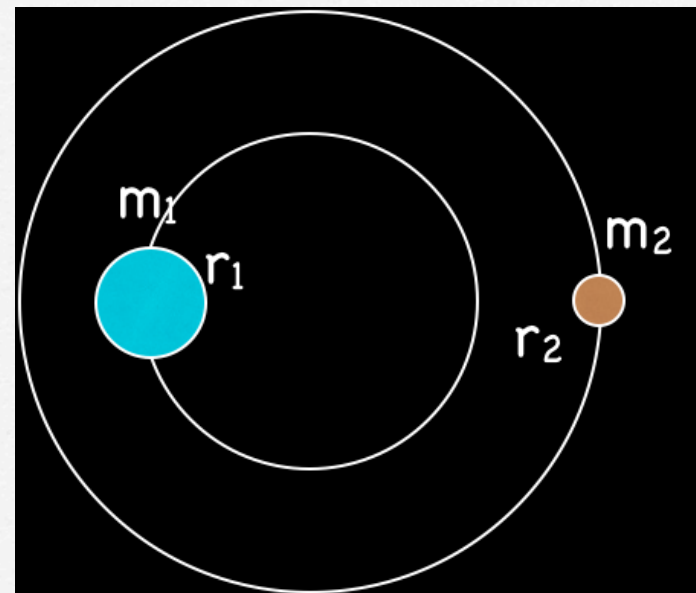
# 星の質量の測定：連星

観測量：(i) 周期  $T$   
(ii) 視差  $p$   
即ち距離  $d$   
(iii) 重心との距離  $r_1$  と  $r_2$

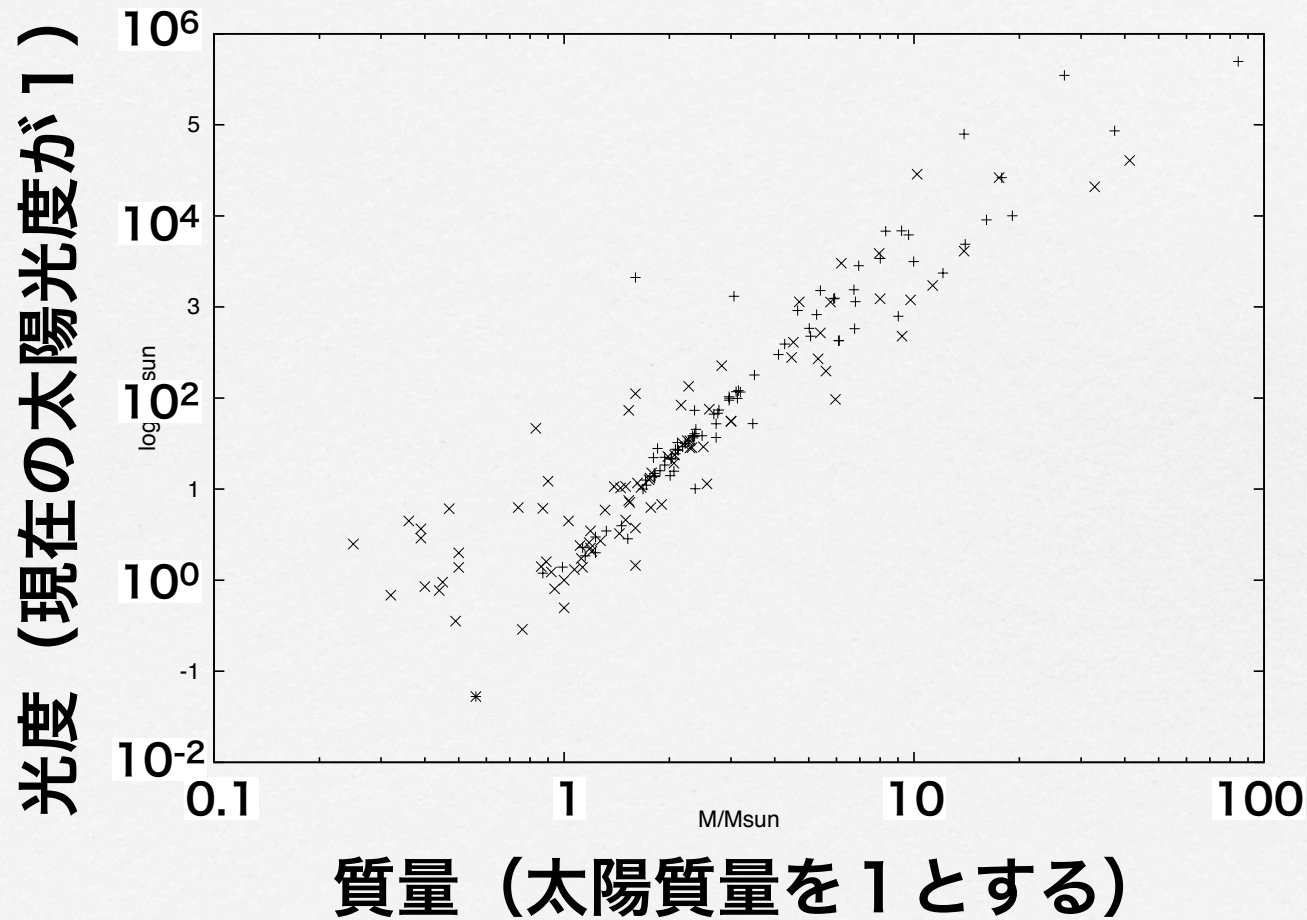
重力＝遠心力

$$2Gm_1m_2/(r_1 + r_2)^2 \\ = 4\pi^2(m_1r_1 + m_2r_2)/T^2$$

$$r_1/r_2 = m_2/m_1$$



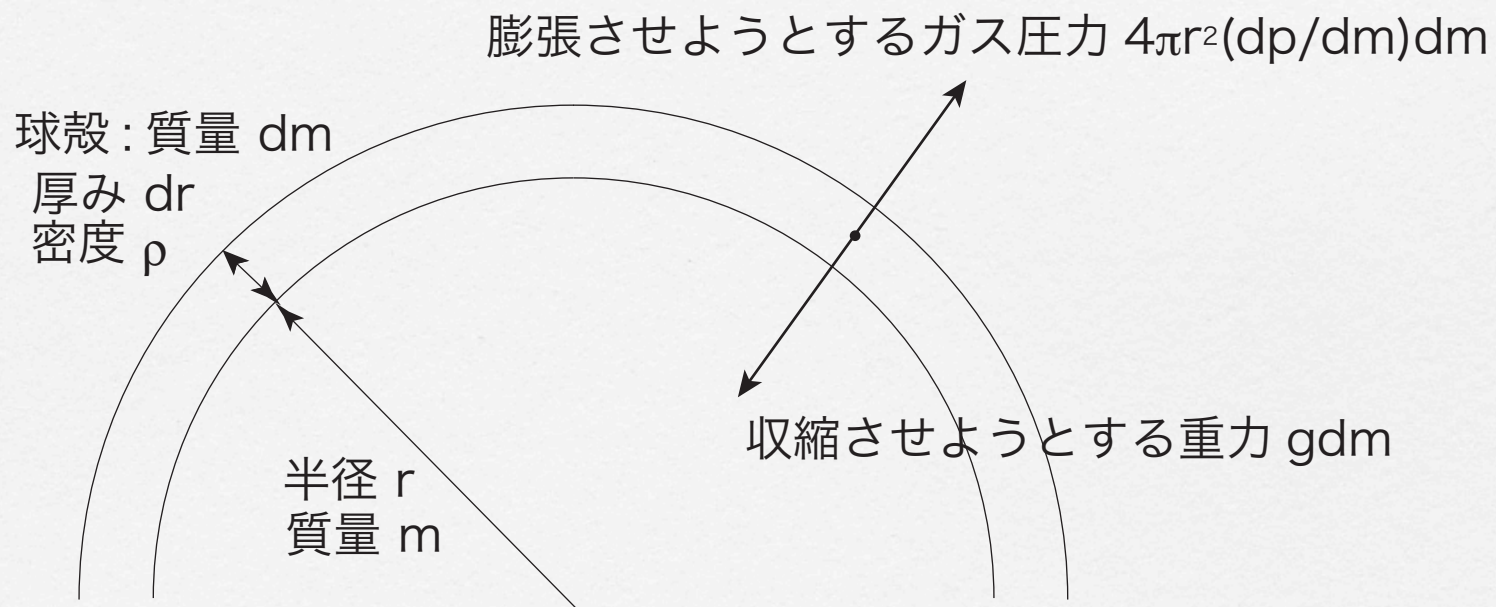
# 質量-光度（単位時間当り放射量）関係



A spiral-bound notebook with a blue cover. The spiral binding is at the top, and the cover has a fine, pebbled texture. The title is centered on the cover in a large, white, sans-serif font.

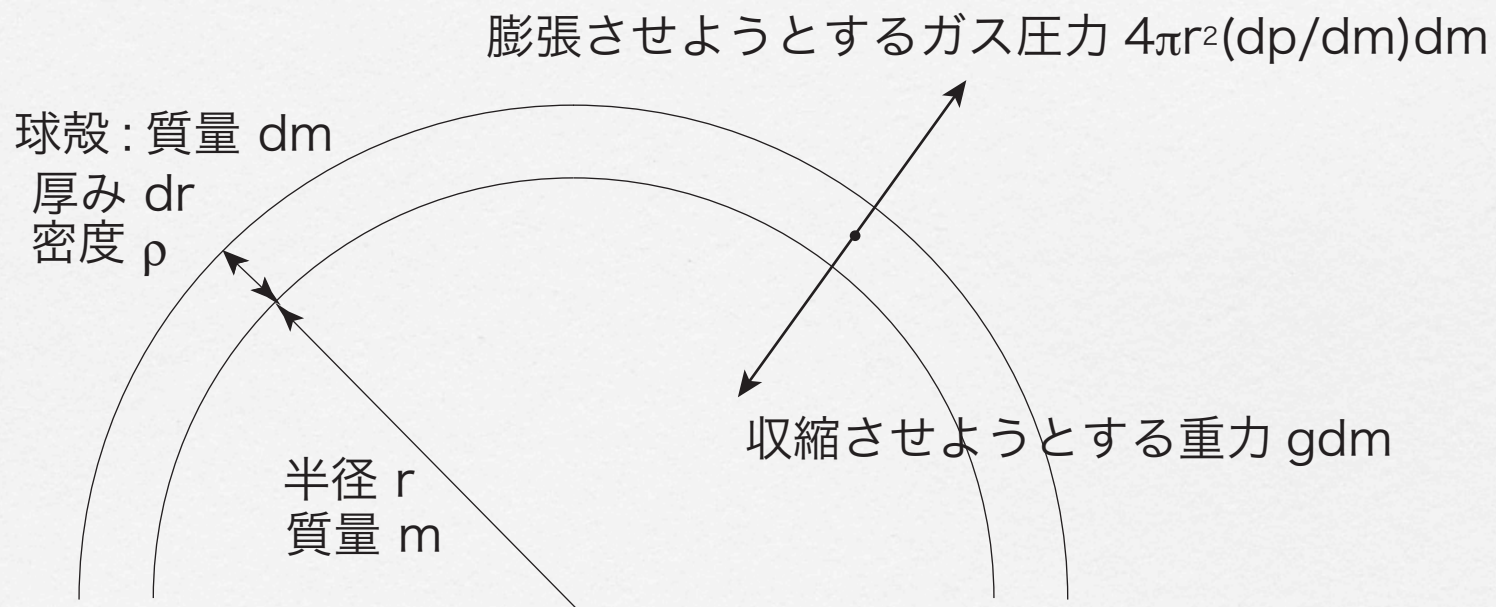
# 理論的考察

# 星の内部の釣り合い



連続の式：  $dr/dm = 1/(4\pi r^2 \rho)$

# 星の内部の釣り合い



力学平衡：  $4\pi r^2 dp/dm = -Gm/r^2$

# 星の内部の釣り合い

$$dp/dm = - Gm \rho / (4 \pi r^4)$$

$$dr/dm = 1 / (4 \pi r^2 \rho)$$

微分方程式だが、

左辺の微分を中心と表面の差分で置き換えて、

右辺の物理量は中心と表面の値の半分で置き換えてみよう

左辺を表面と中心との差分で評価  
右辺は表面と中心の半分の値で評価

$$dr/dm = 1/(4\pi r^2 \rho)$$

$$\text{左辺} \approx R/M$$

$$\text{右辺} \approx (4\pi)^{-1} (R/2)^{-2} (\rho_c/2)^{-1}$$

$$\therefore \rho_c \approx (2/\pi)(M/R^3)$$

左辺を表面と中心との差分で評価

右辺は表面と中心の半分の値で評価

$$dp/dm = - Gm/(4\pi r^4)$$

$$\text{左辺} \approx -p_c/R$$

$$\text{右辺} \approx -G/(4\pi) (M/2)(R/2)^{-4}$$

$$\therefore p_c \approx GM\rho_c/R \approx (2/\pi)(GM^2/R^4)$$

# 主系列星中心温度は星の質量と半径で決まる

理想気体

$$p = nkT$$

$$= (\rho / \mu u) kT$$

$n$  : 粒子数

$\mu$  : 平均分子量

$k$  = ボルツマン定数 ( $1.38 \cdot 10^{-23}$  J/K)

$u$  = 原子質量単位 ( $1.66 \cdot 10^{-27}$  kg)

$$\therefore T_c \approx (k / \mu u)^{-1} p_c / \rho_c$$

$$\approx (k / \mu u)^{-1} GM/R$$

$$\approx 10^7 \text{ K for } M_{\text{sun}} R_{\text{sun}}$$

# 星の中心の物理量の概算

$$\rho_c \approx (2/\pi)(M/R^3)$$

$$p_c \approx (2/\pi)(GM^2/R^4)$$

$$\therefore T_c \approx (k/\mu u)^{-1} p_c / \rho_c$$

$$\approx (k/\mu u)^{-1} GM/R$$

$$\approx 10^7 \text{ K for } M_{\text{sun}} R_{\text{sun}}$$

$n$  : 粒子数

$\mu$  : 平均分子量  $= [2X + (3/4)Y + (1/2)Z]^{-1}$

$k$  = ボルツマン定数 ( $1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ )

$u$  = 原子質量単位 ( $1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ )

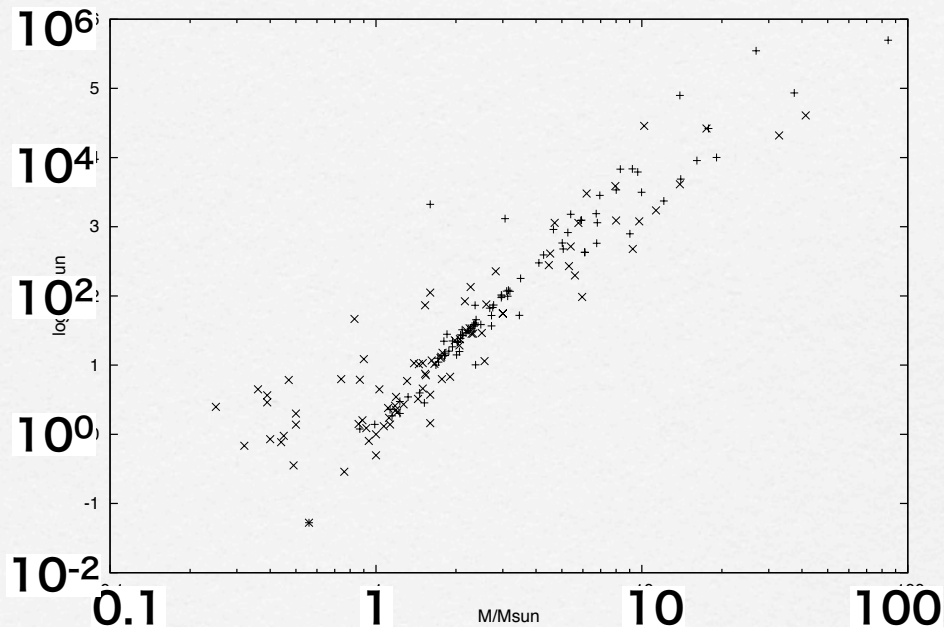
X:水素重量比

Y:ヘリウム重量比

Z:重元素重量比

# 質量-光度関係の理論的導出

光度 (現在の太陽光度が1)



質量 (太陽質量を1とする)

$$L \approx \pi^2 / (3 \langle \kappa \rangle) \{ a c G^4 / (k / \mu u)^4 \} M^3$$

# 星はなぜ光り輝くのか

- ・ 恒星は自己重力をガスの圧力で支えている
  - ・ 高い圧力のためには高温でなければならない
  - ・ 中心温度は1000万度に達する
  - ・ 高温の恒星内部から外界にエネルギーを放射
- これは必然的宿命

# 星の寿命

質量光度関係  $L \propto M^\alpha$  ( $\alpha \sim 3-4$ )

重い星はエネルギー輻射量が多い

寿命  $\tau \propto M/L \propto M^{1-\alpha}$

太陽の現在の年齢は約50億年

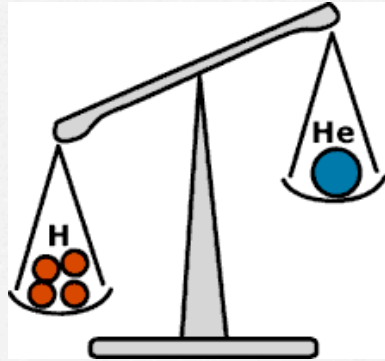
寿命を100億年とすると

$30M_{\text{sun}}$ の星の寿命 数千万年

$0.5M_{\text{sun}}$ の星の寿命 宇宙年齢以上

# 星はなぜかくも長く輝けるのか

質量はエネルギー



水素 原子量 1.008

ヘリウム原子量 4.002

$$\{4m(\text{H}) - m(\text{He})\}/4 = 0.007$$

仮定

1. 太陽は水素100%

2. 10%がHeに

$$E_{\text{nuc}} \approx 0.007 (0.1 M_{\text{sun}}) c^2 \\ \approx 1.3 \cdot 10^{44} \text{ J}$$

$$t_{\text{nuc}} = E_{\text{nuclear}} / L_{\text{sun}} \\ \approx 10^{10} \text{ yr}$$

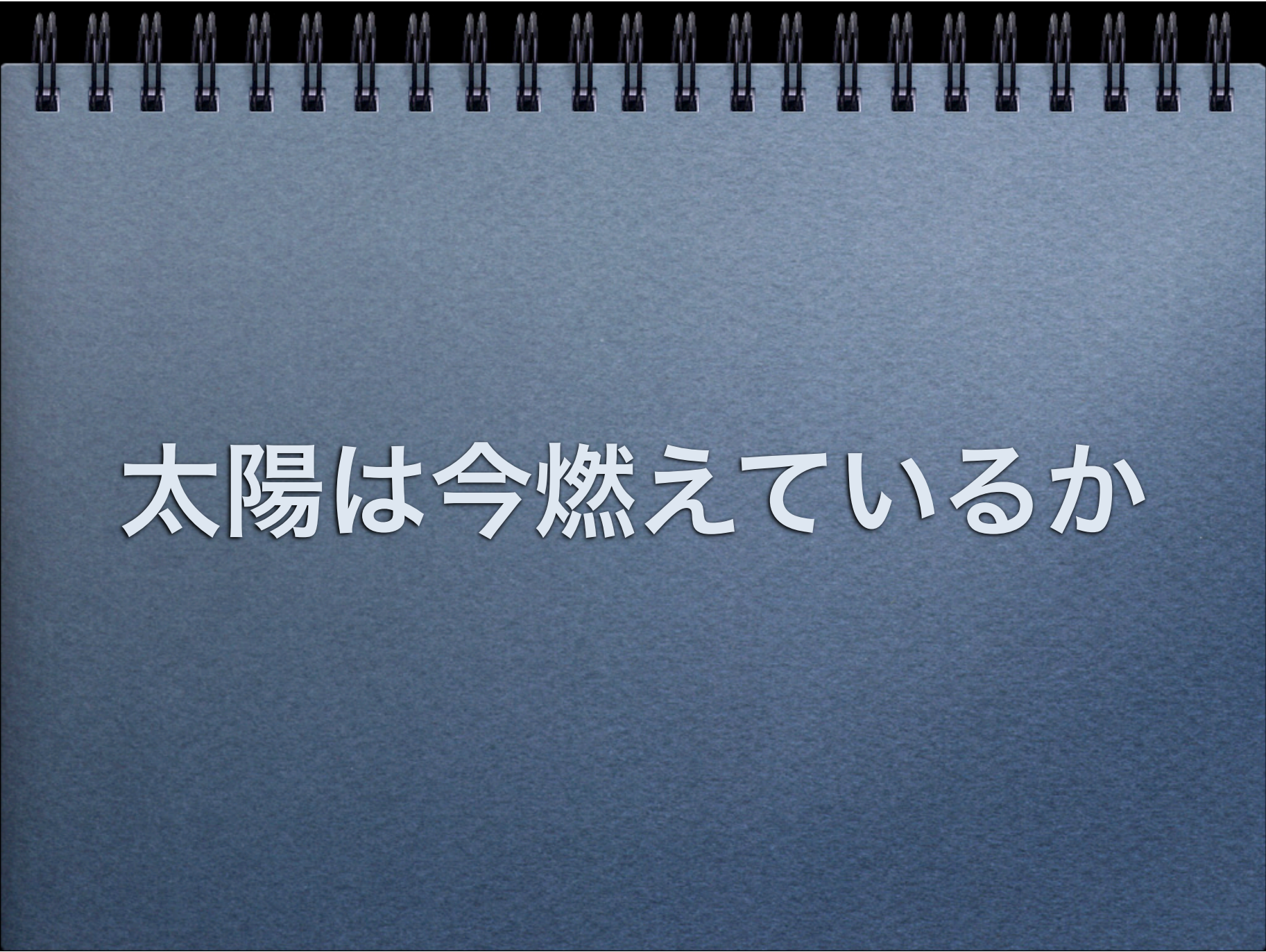
# エネルギー消費の比較

- 太陽

- $4 \times 10^{26} \text{ W} / 2 \times 10^{30} \text{ kg} = 2 \times 10^{-4} \text{ W/kg}$

- 人間

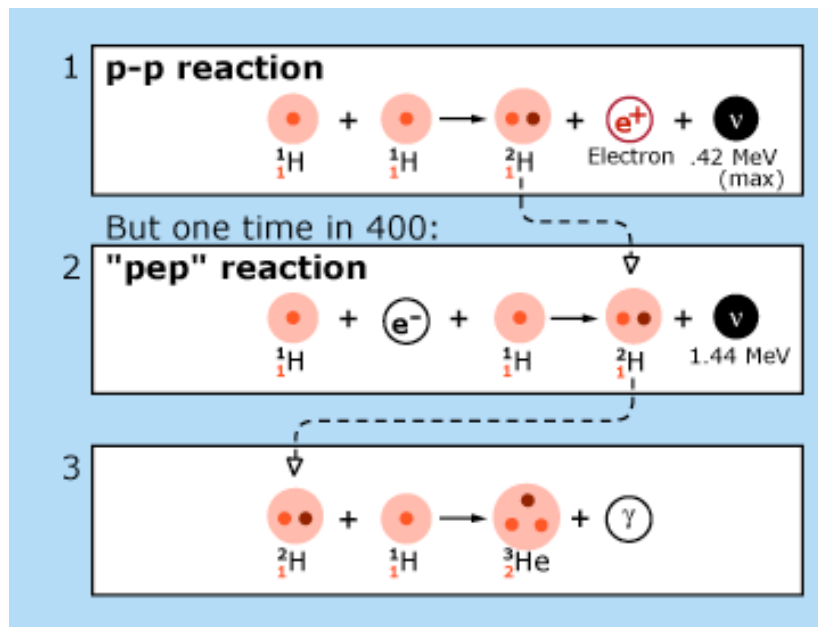
- $2 \times 10^3 \text{ kcal/d} / 60 \text{ kg} \approx 8 \times 10^6 / 8.6 \times 10^4 / 60 \text{ W/kg}$   
 $\approx 1.5 \text{ W/kg}$

A blue spiral-bound notebook is shown from a top-down perspective. The notebook is open, and the left page is visible, showing a blue cover with a silver spiral binding along the top edge. The right page is blank and white. The text '太陽は今燃えているか' is written in black Japanese characters on the right page.

太陽は今燃えているか

# 核融合エネルギー源の証明

- フォトン：中心から表面まで1000万年
- ニュートリノ：瞬時
- ニュートリノの測定が証明手段



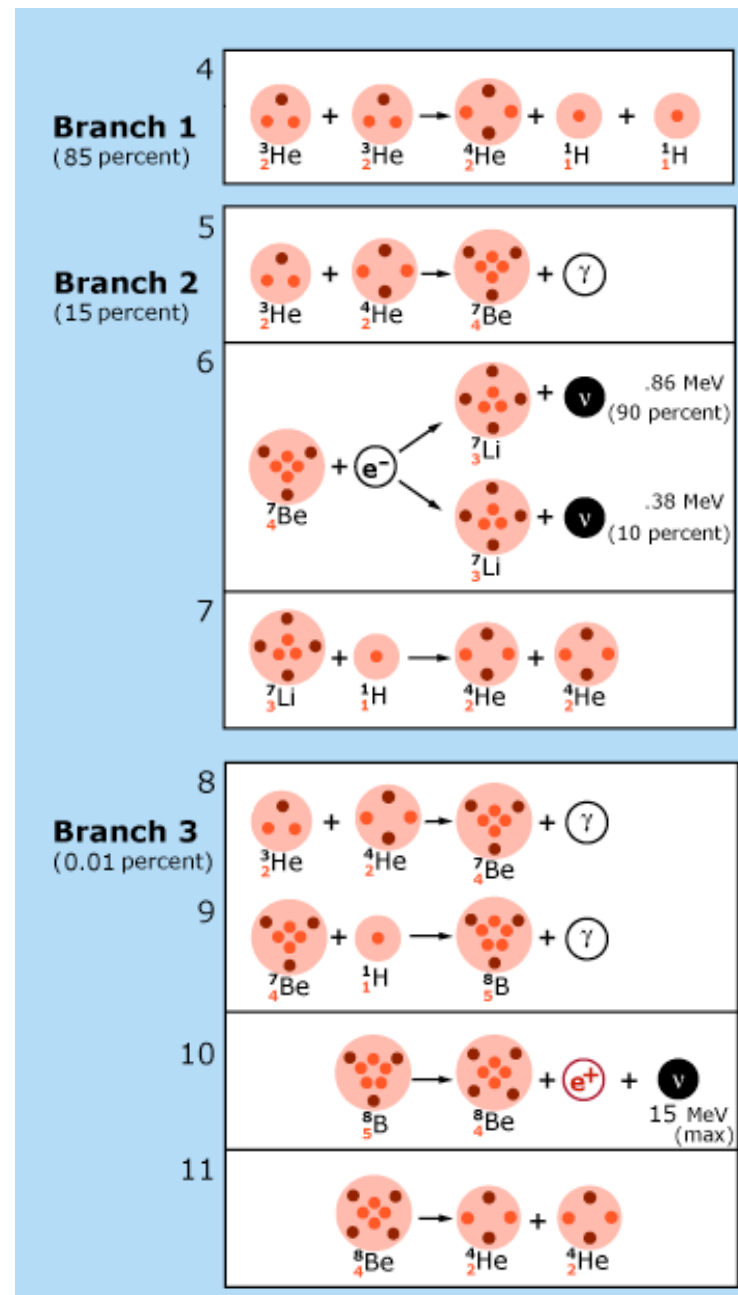
$$1 \text{ MeV} = 1.6 \cdot 10^{-13} \text{ J}$$

## ppチェーン

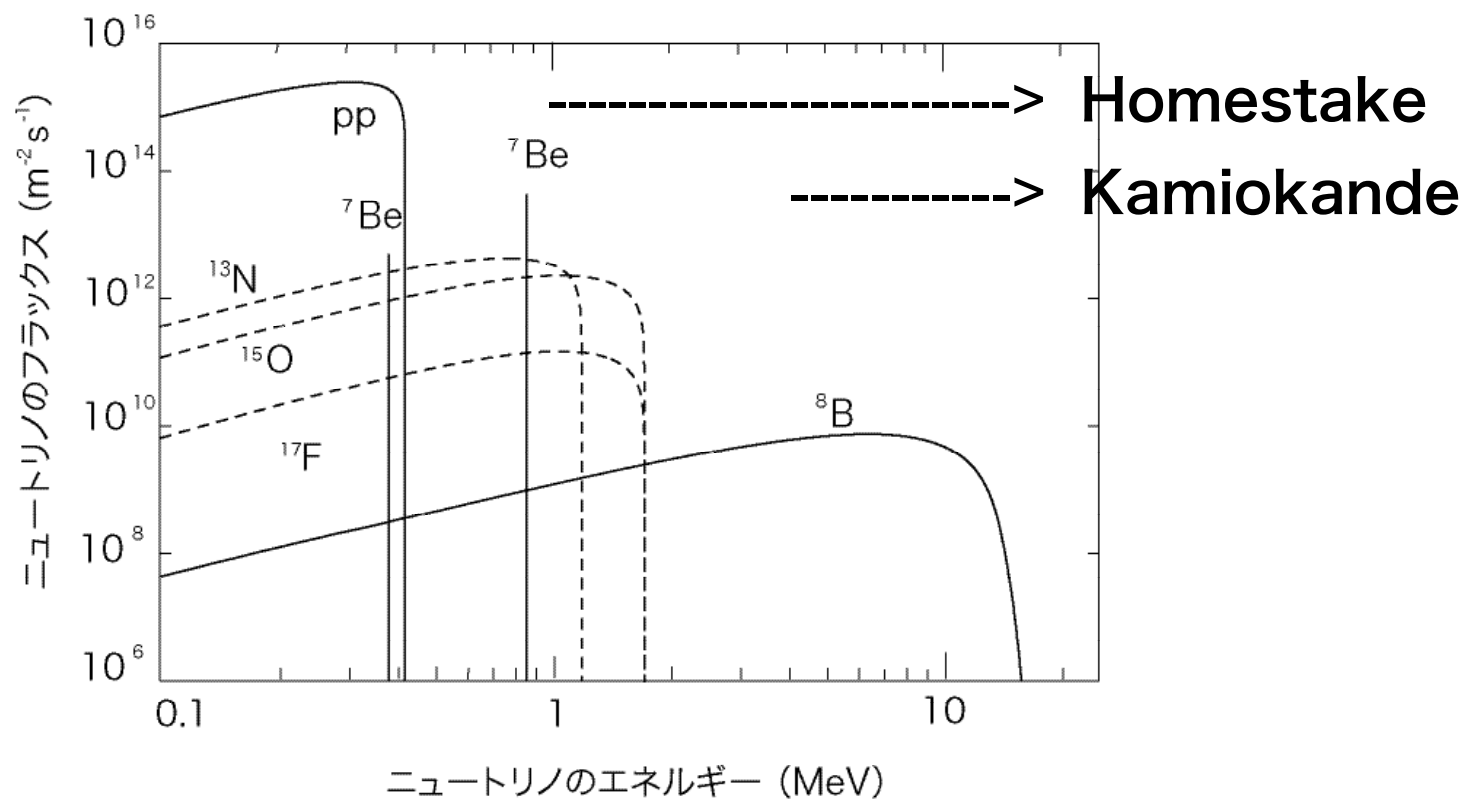
図の出典：

J.N. Bahcall,

Neutrinos from the Sun, Scientific American,  
Volume 221, Number 1, July 1969, pp. 28-37.



# 太陽ニュートリノのエネルギースペクトル

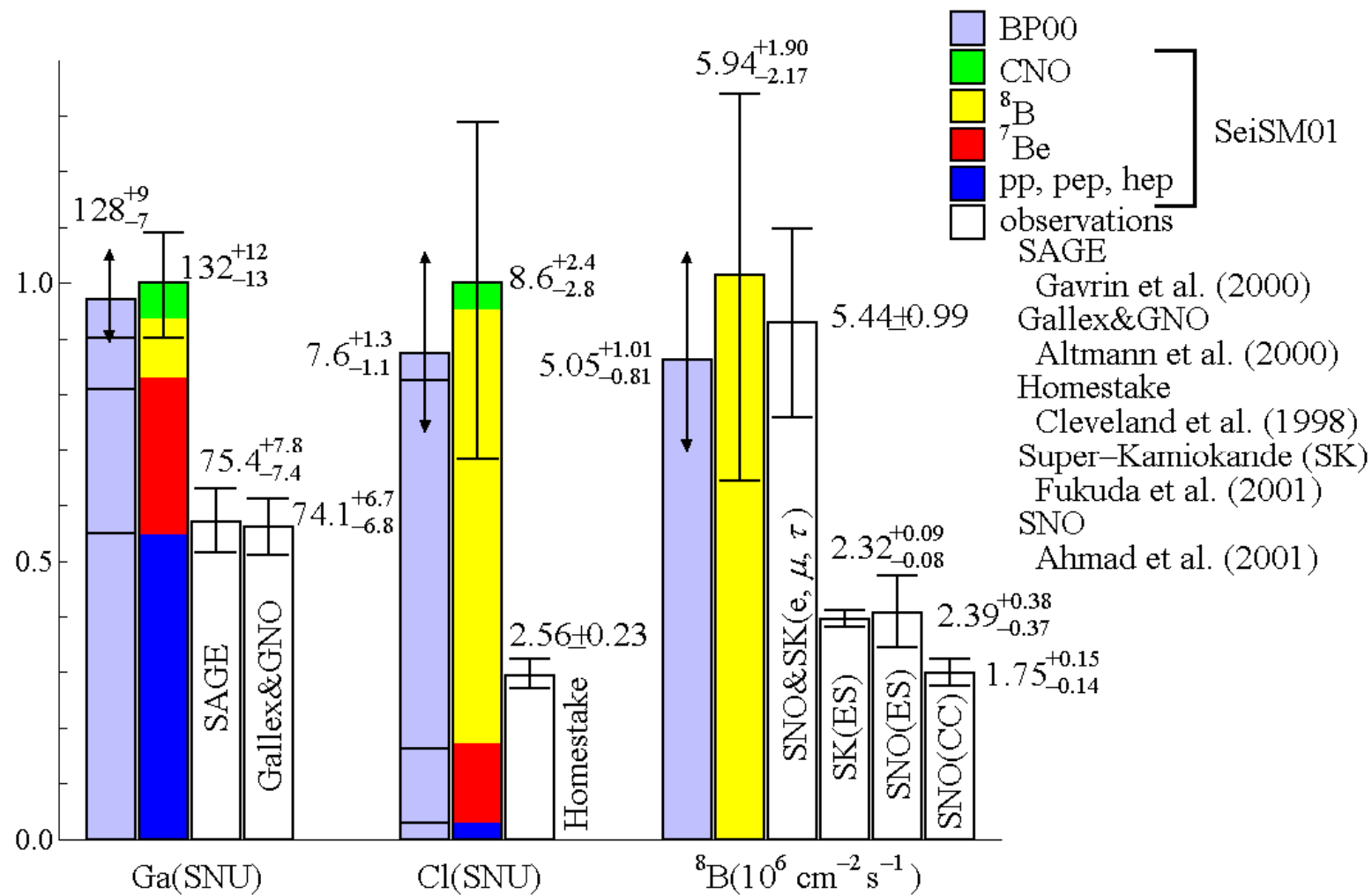


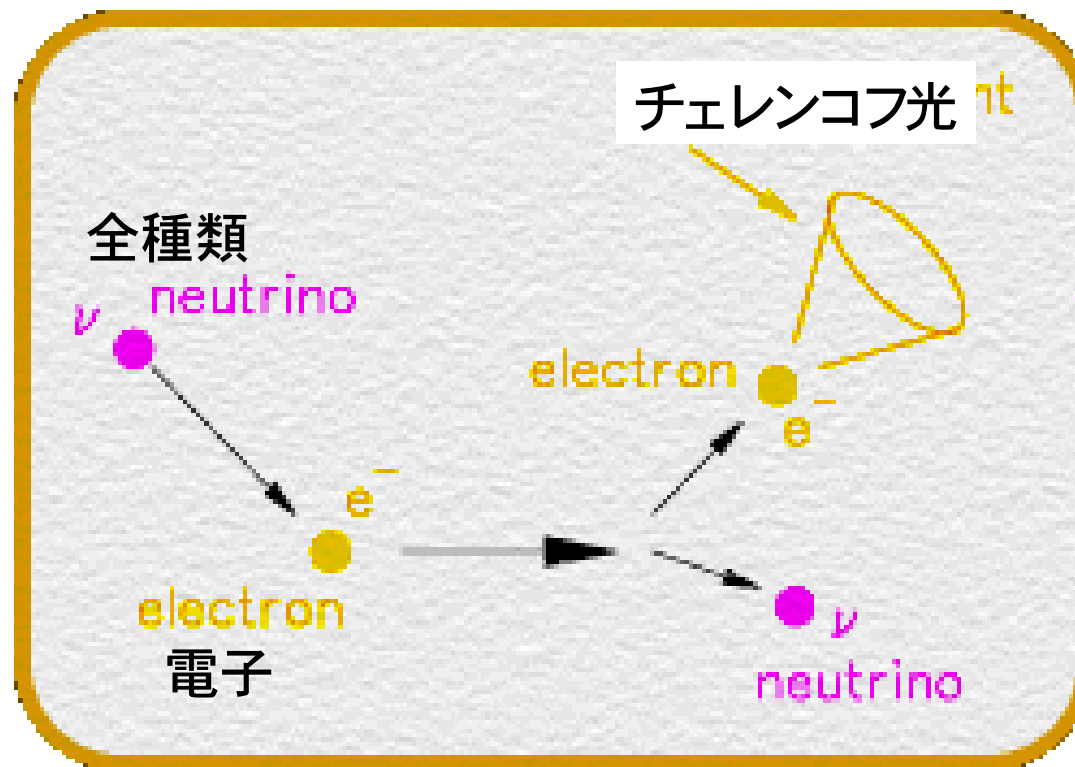
# 太陽ニュートリノ問題

- ・ Davis による先駆的実験 (1960- )
- ・ Kamiokande (1987- )
- ・ 検出量は理論値の半分！
- ・ 観測がおかしい？
- ・ 太陽モデルがおかしい？
- ・ ニュートリノ理論がおかしい？

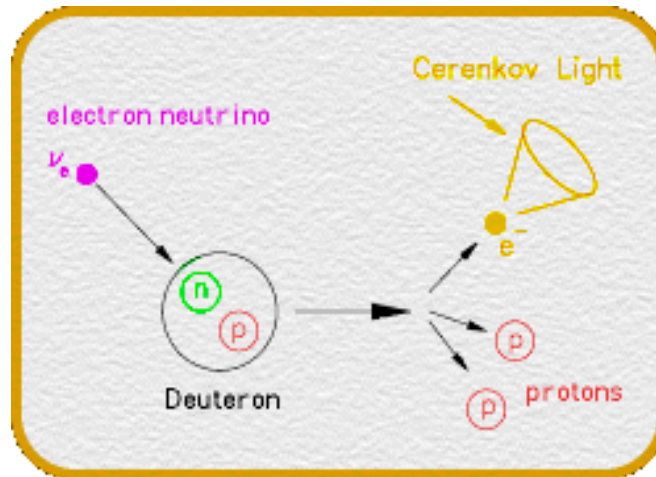


R. Davis と J. Bahcall

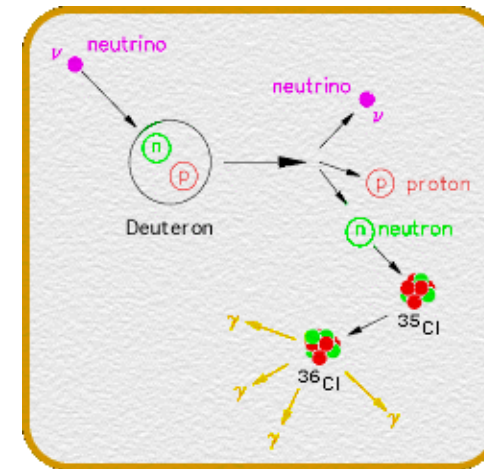




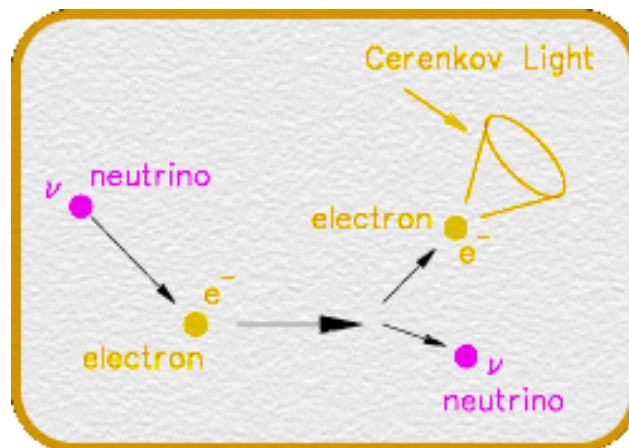
スーパーカミオカンデ( $\text{H}_2\text{O}$ )での反応



SNOでの反応 I (CC反応)



SNOでの反応 II (NC反応)



SNOでの反応 III (ES 反応)

**Sudbury Neutrino Obs.**  
での実験は重水( $\text{D}_2\text{O}$ )を使う

# 太陽で発生するのは電子型

スーパーカミオカンデ純水

- 主に電子型 $\nu$
- 少しは $\mu$ 型 $\nu$  ・  $\tau$ 型 $\nu$ も

SNO重水

- ES反応：スーパーカミオカンデに同じ
- CC反応：電子型 $\nu$
- NC反応：全ての型の $\nu$

$$F_{\text{SK}} = F_{\nu e} + 0.15 (F_{\nu \mu} + F_{\nu \tau})$$

$$F_{\text{CC}}^{\text{SNO}} = F_{\nu e}$$

$$F_{\text{NC}}^{\text{SNO}} = F_{\nu e} + (F_{\nu \mu} + F_{\nu \tau})$$

左辺は観測値

未知数として $F_{\nu e}$ と $(F_{\nu \mu} + F_{\nu \tau})$ が求まる

今の考え方：ニュートリノ振動が原因

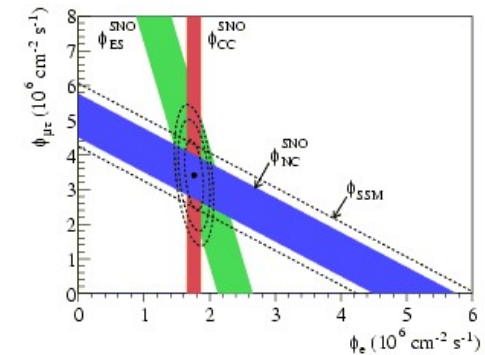


FIG. 3: Flux of  $^8\text{B}$  solar neutrinos which are  $\mu$  or  $\tau$  flavor vs flux of electron neutrinos deduced from the three neutrino reactions in SNO. The diagonal bands show the total  $^8\text{B}$  flux as predicted by the SSM [11] (dashed lines) and that measured with the NC reaction in SNO (solid band). The intercepts of these bands with the axes represent the  $\pm 1\sigma$  errors. The bands intersect at the fit values for  $\phi_e$  and  $\phi_{\mu\tau}$ , indicating that the combined flux results are consistent with neutrino flavor transformation assuming no distortion in the  $^8\text{B}$  neutrino energy spectrum.

A blue spiral-bound notebook with a silver metal spiral binding at the top. The cover has a fine, pebbled texture. Centered on the cover is the title '星の進化と星震学' in a large, white, sans-serif font. Below the title, the date '2012.05.17' and the author's name '柴橋博資' are also centered in a smaller white font.

# 星の進化と星震学

2012.05.17

柴橋博資

# 星はなぜ光るのか

- 星は自己重力を圧力で支えている
- 高いガス圧力には高い温度が必要
- 高温の中心から表面にエネルギーが流れる
- エネルギー消費を賄っているのが核融合

# 星の核融合と水爆の違い

## ・水爆の場合

- ・ 温度が上昇して核エネルギー余分に発生
- ・ それが更なる温度の上昇を引き起こす
- ・ 更にエネルギーが発生し、暴走

## ・星内部の核融合の場合

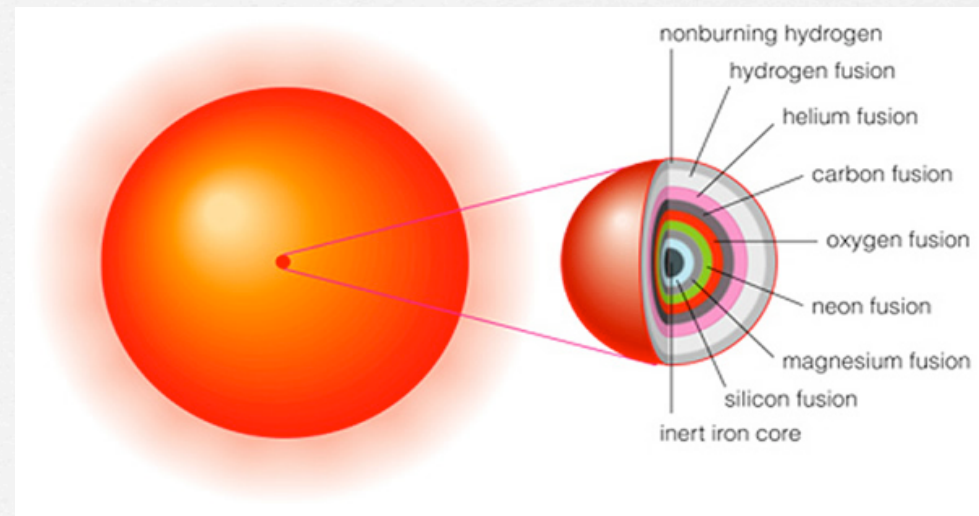
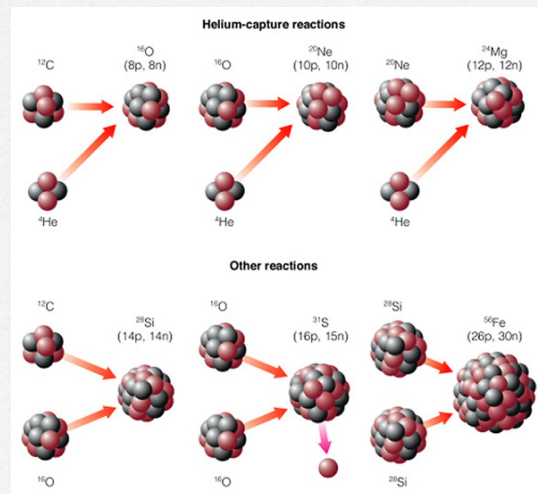
- ・ 温度上昇してエネルギー余分に発生
- ・ 膨張して温度が下がる
- ・ その結果発生エネルギーも落ち着く

# 元素は星で作られる

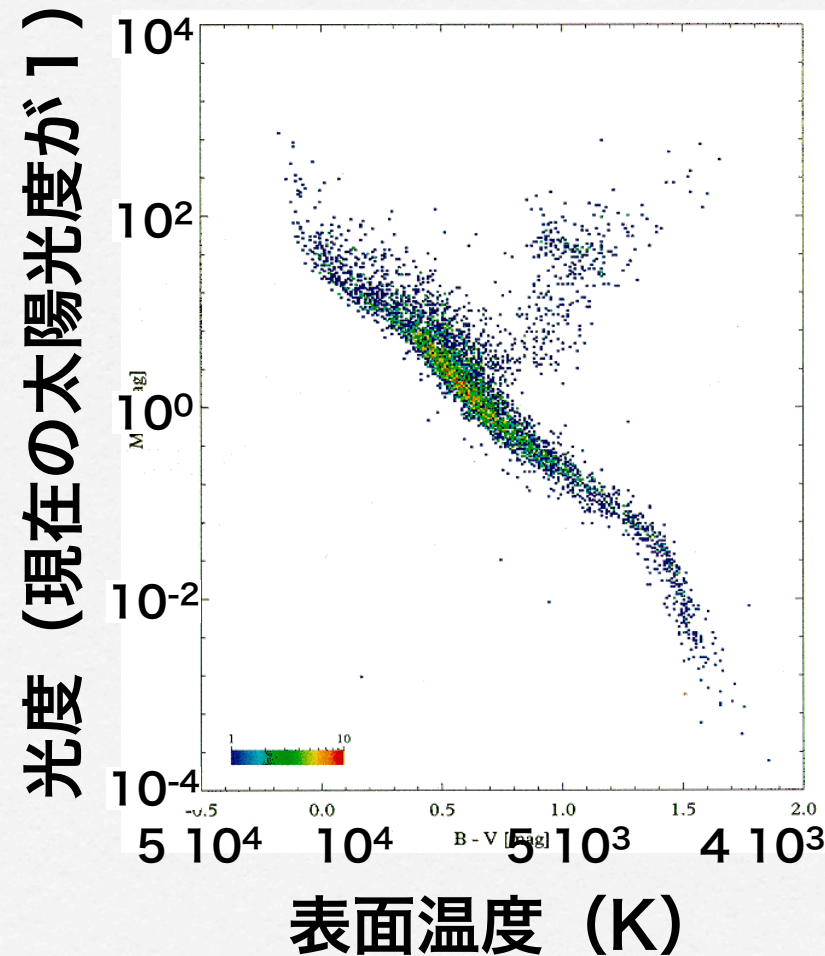
水素 → ヘリウム

ヘリウム → 炭素・酸素

ネオン、マグネシウム、シリコン、鉄



# 表面温度と光度 (単位時間当り放射量)



光度は  
見かけの明るさと  
距離情報から

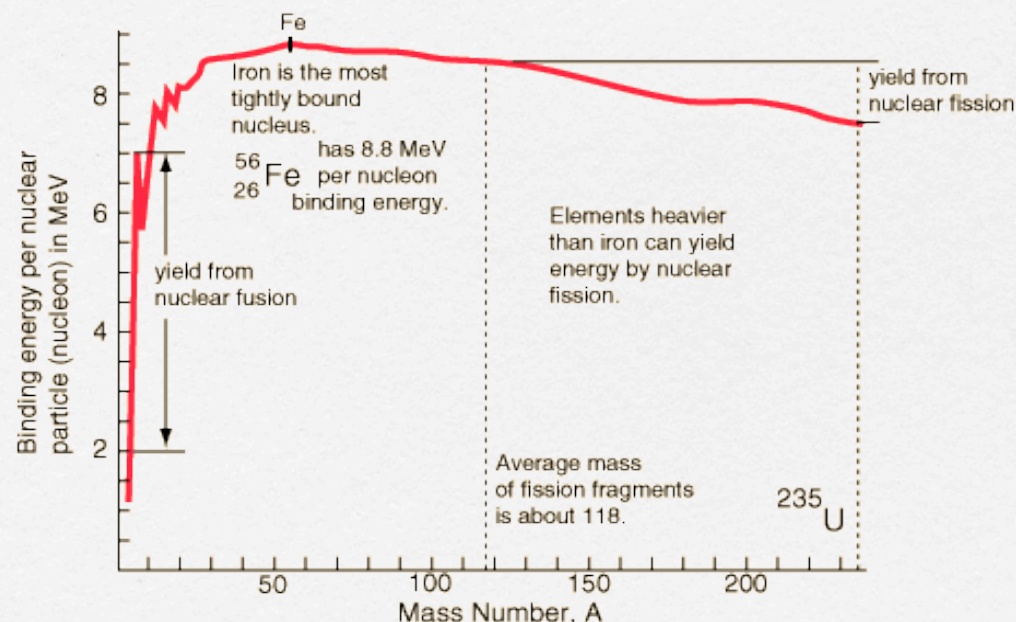
距離は視差測定から

主系列の存在  
巨星分枝の存在

# なぜ主系列で過ごす時間が長いのか

He及びそれ以降の  
核融合によって発生  
するエネルギーは、  
水素の核融合の場合  
の1/10程度

よって主系列以後の  
星の寿命は主系列の  
寿命の1/10以下



# 水素の場合

水素原子核 ( ${}^1\text{H}$ ) 4個がヘリウム原子核 ( ${}^4\text{He}$ ) を生成：

水素原子量 = 1.008    よって4個分では4.032

これがヘリウムに変化するが、ヘリウム原子量 = 4.002

よって核子1個当りのエネルギー発生量は  
(4.032 - 4.002)/4 に比例

## ところがヘリウムの場合

ヘリウム原子核 ( ${}^4\text{He}$ ) 3個が炭素原子核 ( ${}^{12}\text{C}$ ) を生成：

ヘリウム原子量 = 4.002 よって3個分では12.006

これが炭素に変化するが、炭素原子量 = 12.000

よって核子1個当りのエネルギー発生量は  
(12.006 - 12.000)/12 に比例

同じエネルギー量を放射していると、水素の場合に比べて、  
[(12.006 - 12.000)/12] / [(4.032 - 4.002)/4] の寿命

# 結局、星の進化とは

- 重力を主役とする収縮への道
  - だが進化の時間尺度は $GM^2/RL$ ではない
- 拮抗する相手役は核融合
  - 進化の時間尺度を決めているのは原子核
  - 脇役として質量放出

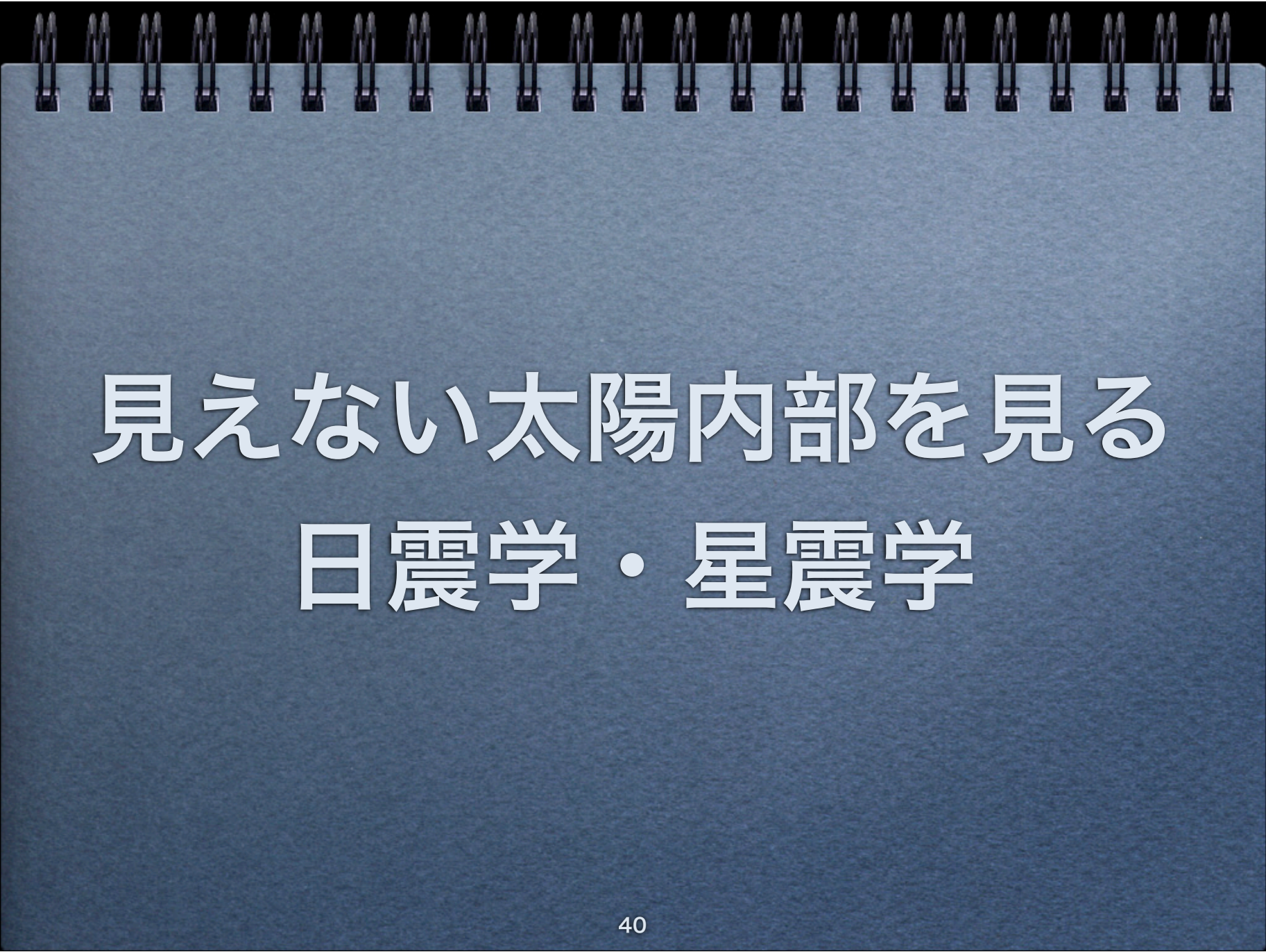
# 主系列星の大きさ

主系列星中心温度は星の質量と半径で、

$$T_c \approx (k/\mu u)^{-1} GM/R$$

と決まると述べたが、実は  $T_c$  が水素の核融合反応が起きる温度になるように半径が決まっていると言ふべき。すなわち、

$$kT_c \approx GM\mu u/R$$

A blue spiral-bound notebook with a silver metal spiral binding at the top. The notebook is open to a blank page.

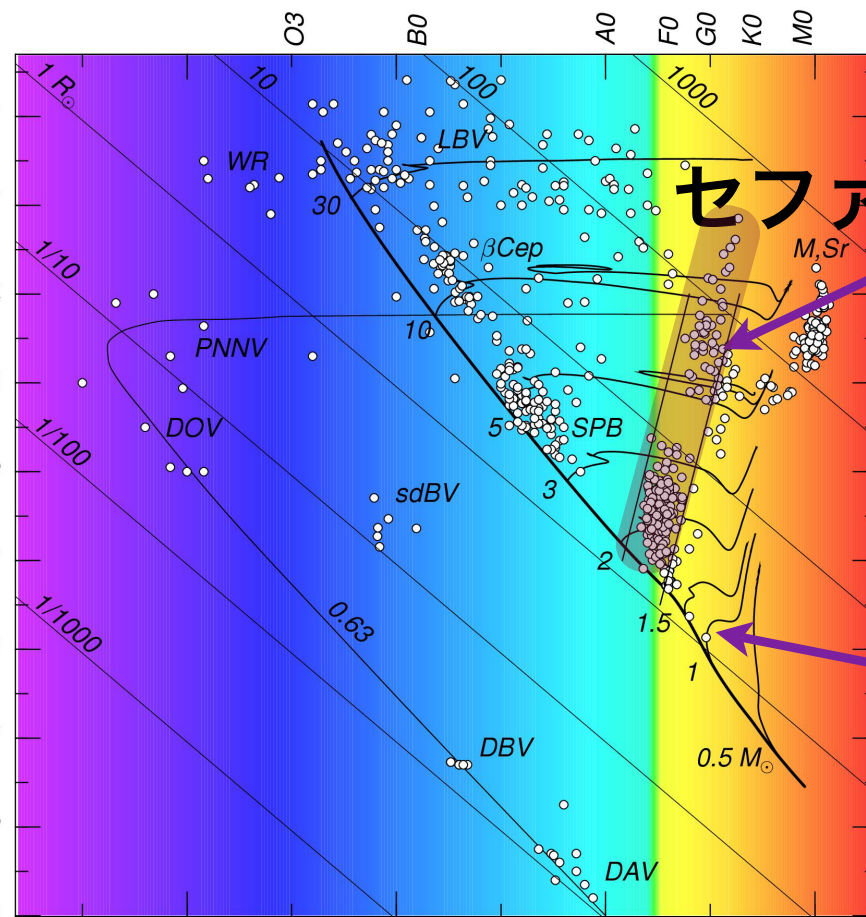
# 見えない太陽内部を見る 日震学・星震学



## エディントンの夢

大望遠鏡で宇宙の遠方を見ることが出来る様になっても、星・太陽については表面しか見えない .... (1926)

現在の太陽光度との比 (対数表示)

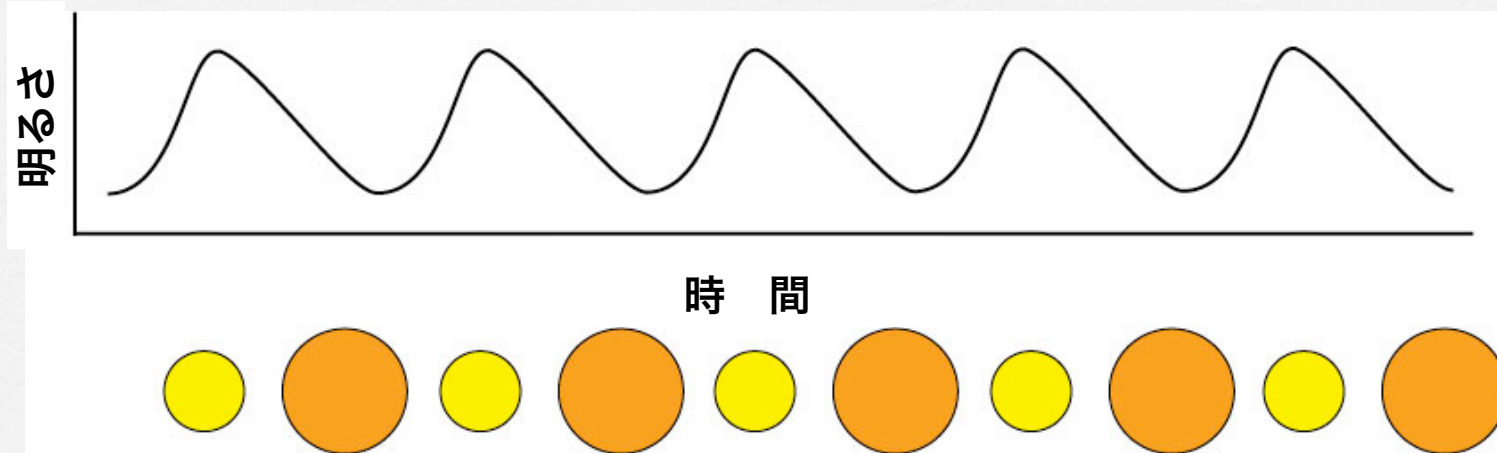


セファイド不安定帯

主系列

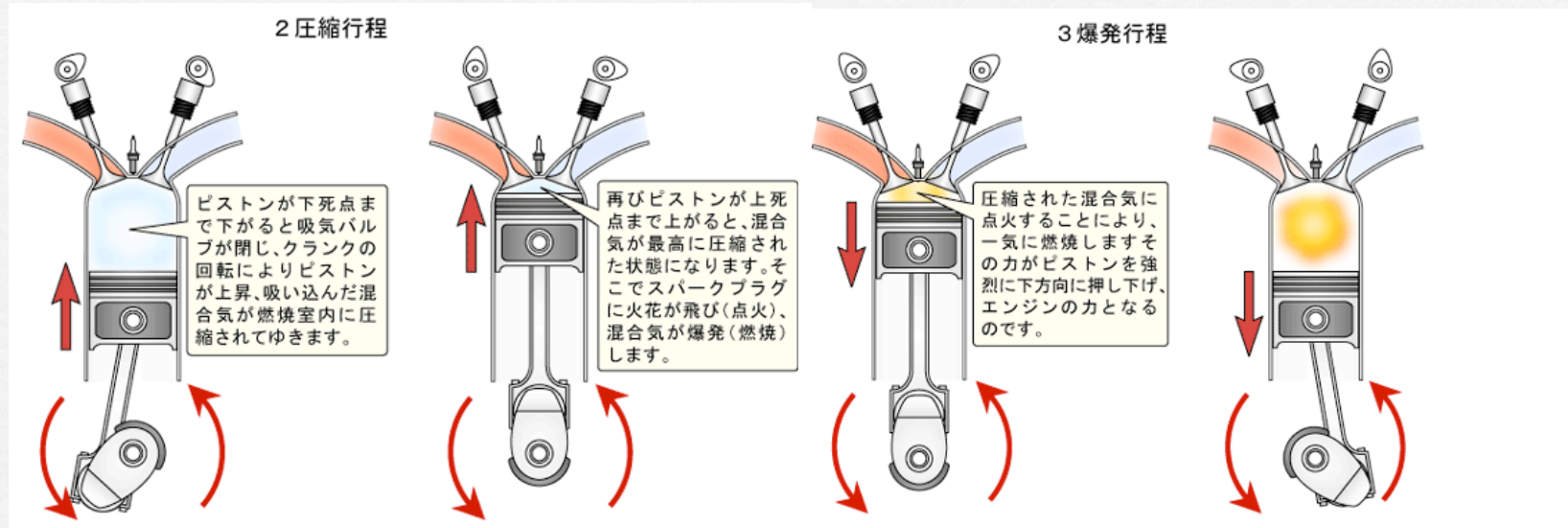
表面温度 (対数表示)

# 脈動変光星



膨張と収縮を繰り返し、明るさが変動する

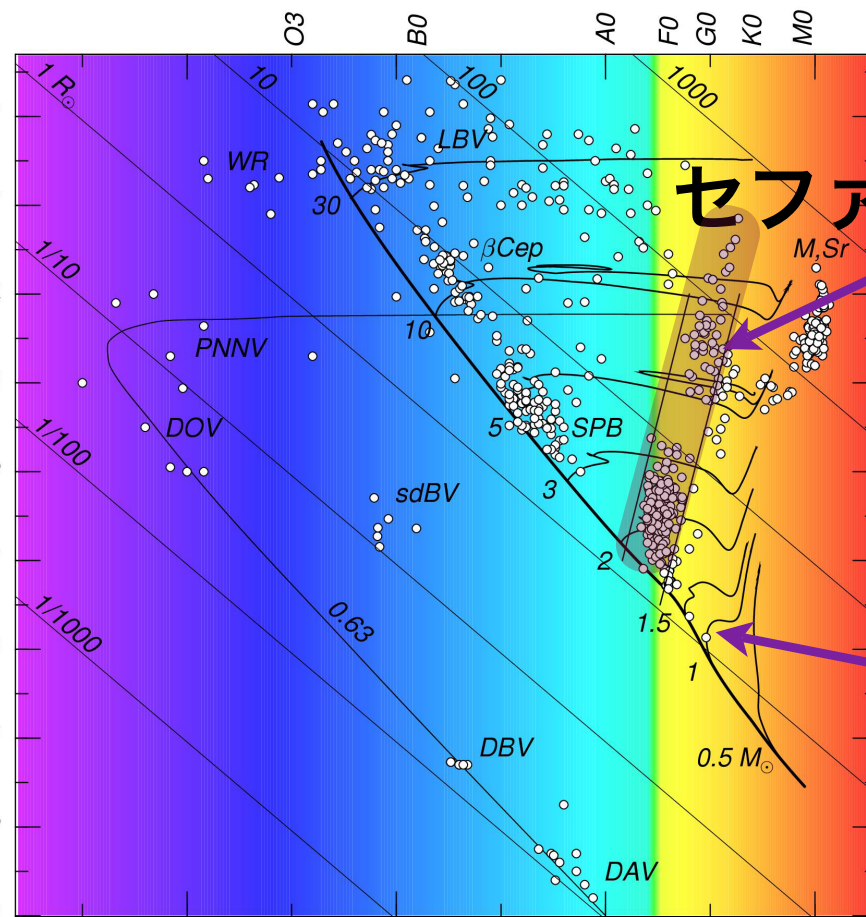
## 星の脈動機構は熱機関と同じ原理



圧縮時に熱を溜めて膨張時にそのエネルギーを使う

(普通の星は圧縮時に熱を捨ててしまうから駄目)

現在の太陽光度との比 (対数表示)

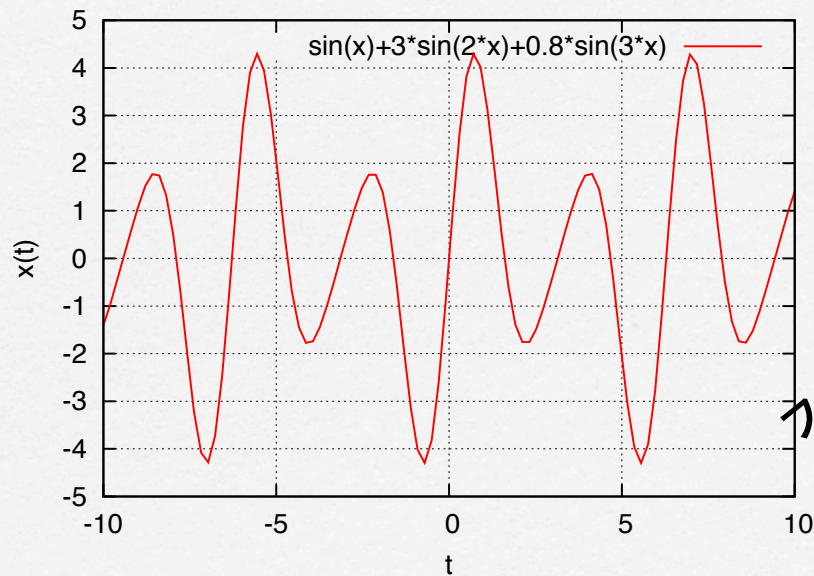


セファイド不安定帯

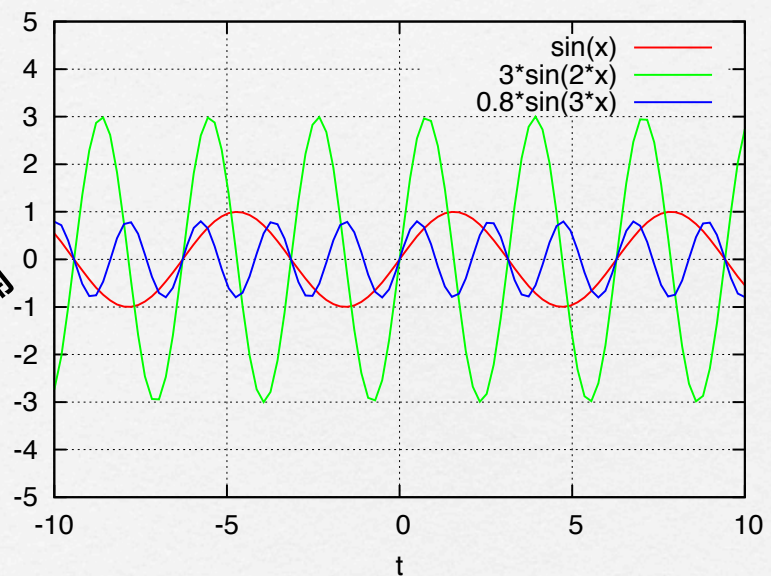
主系列

表面温度 (対数表示)

# 「任意の周期関数は三角関数の和で表される」



フーリエ展開



$$x(t) \Leftrightarrow a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(\frac{2\pi nt}{T}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin\left(\frac{2\pi nt}{T}\right)$$

# 脈動周期は力学的時間尺度

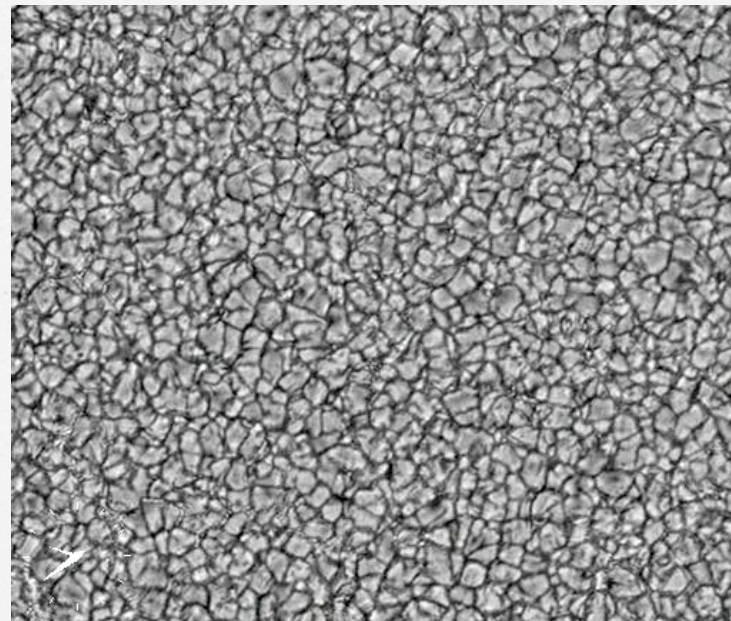
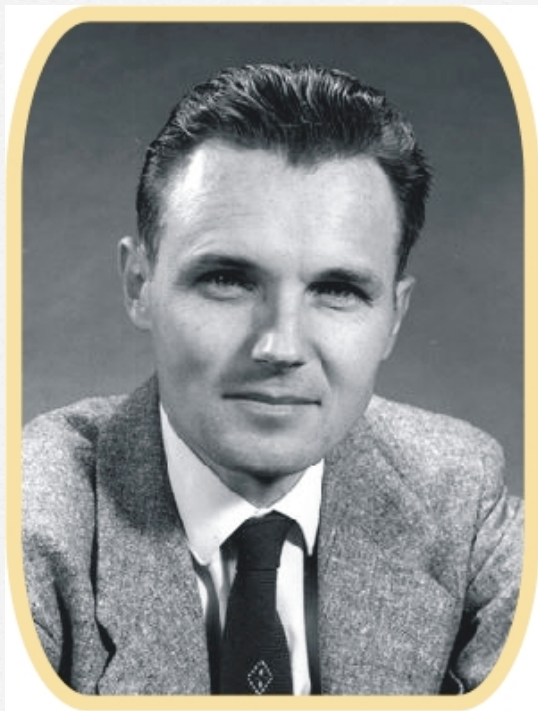
$$\tau_{\text{dyn}} = (GM/R^3)^{-1/2}$$

自由落下の時間尺度

星の重力と大きさ  
(星の平均密度)

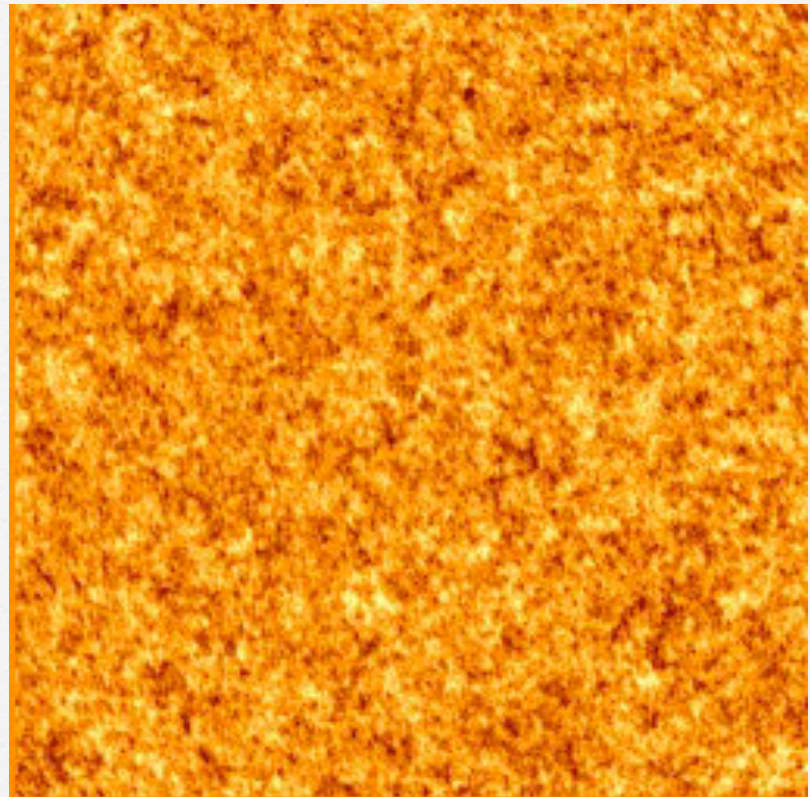
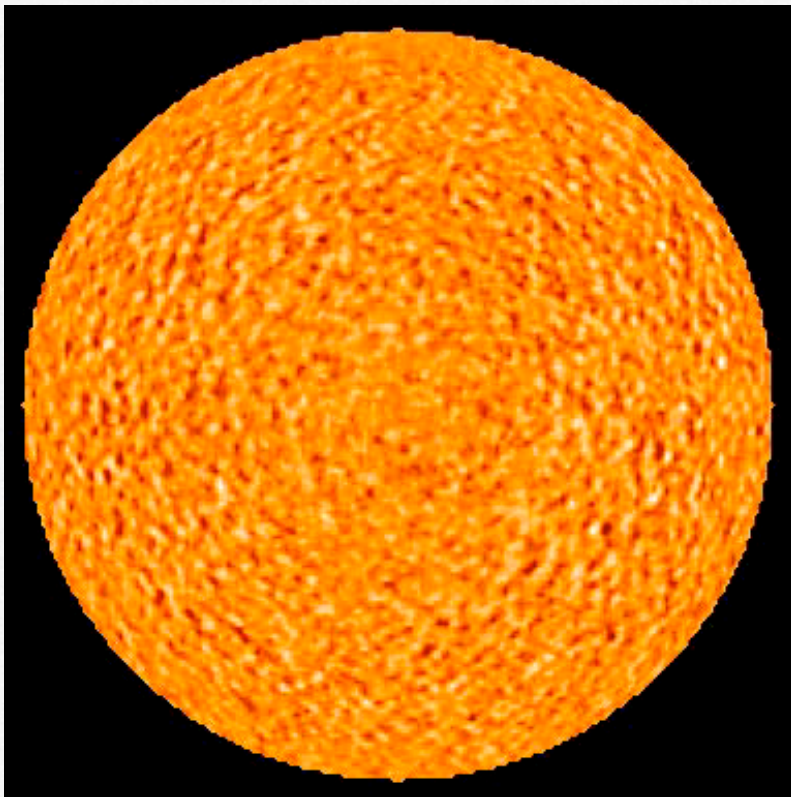
星の質量と大きさ

## レイトンの試み



対流の解析が目的だったのだが ... (1960)

# 太陽振動の発見



# 乱流は騒音を生む

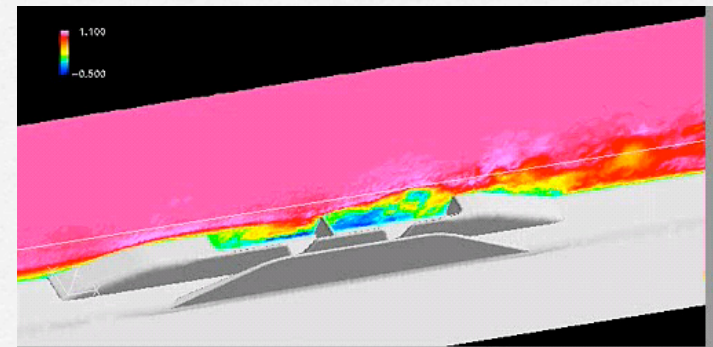
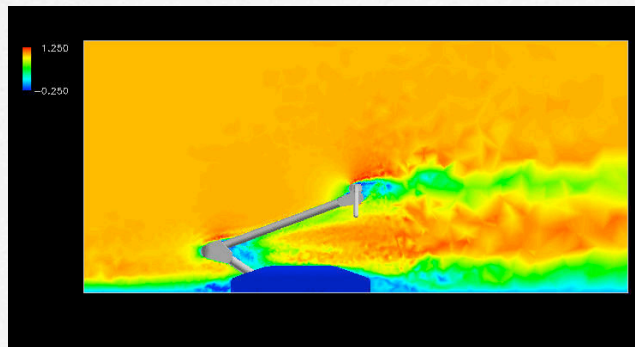
航空機 ジェットエンジン

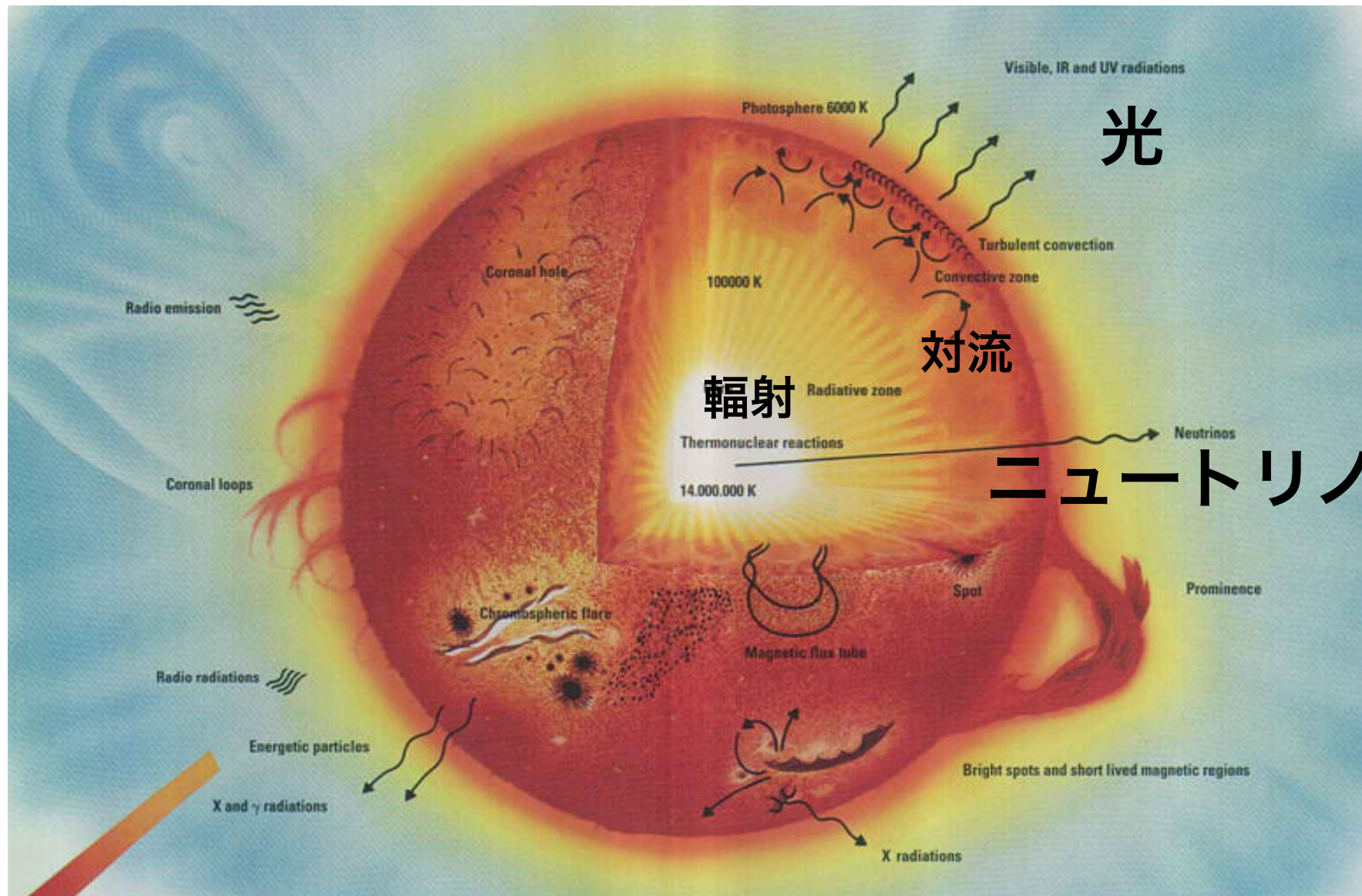
新幹線 パンタグラフ、先頭車両

自動車 ドアミラー

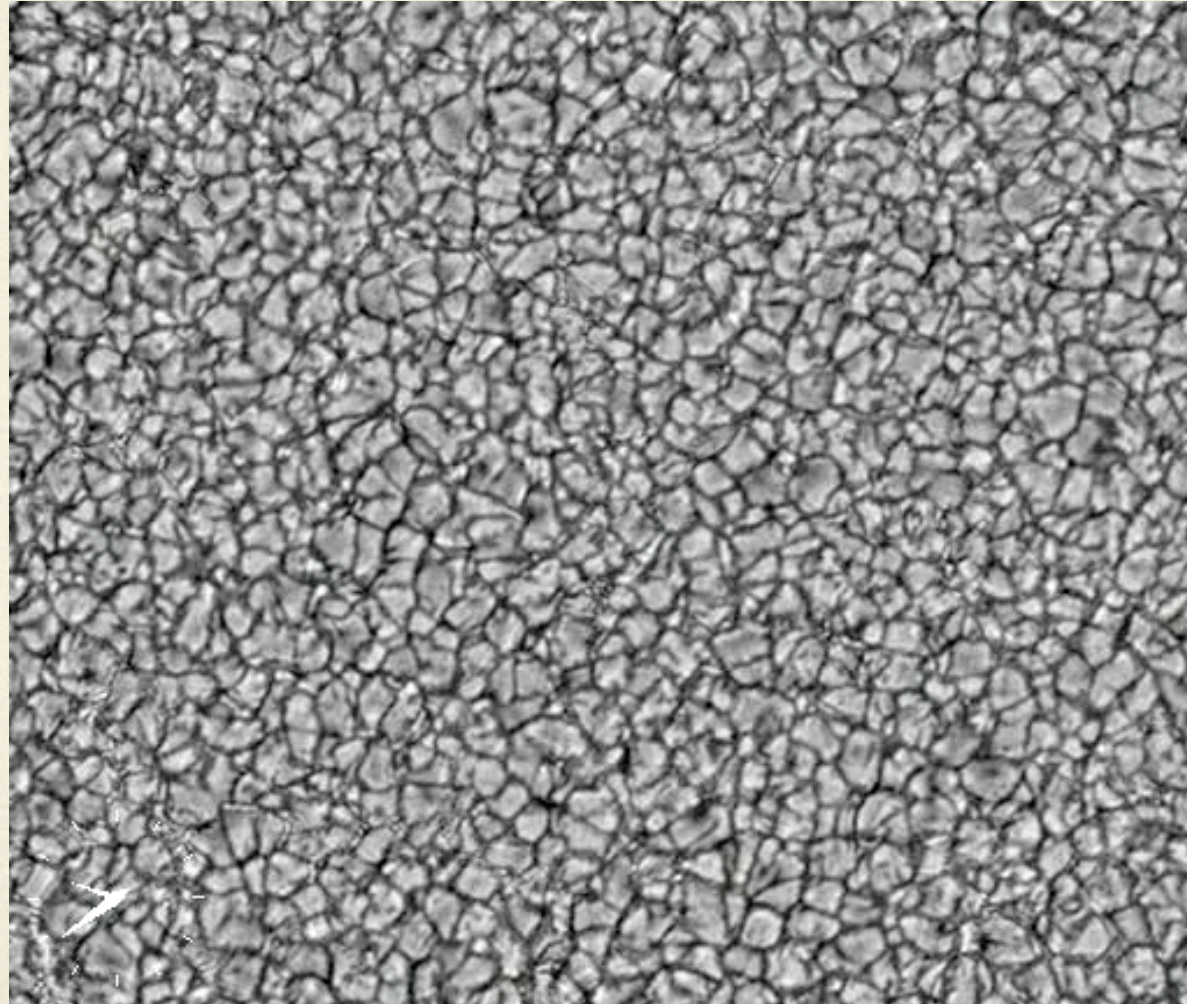
風力発電ローター

冷却ファン

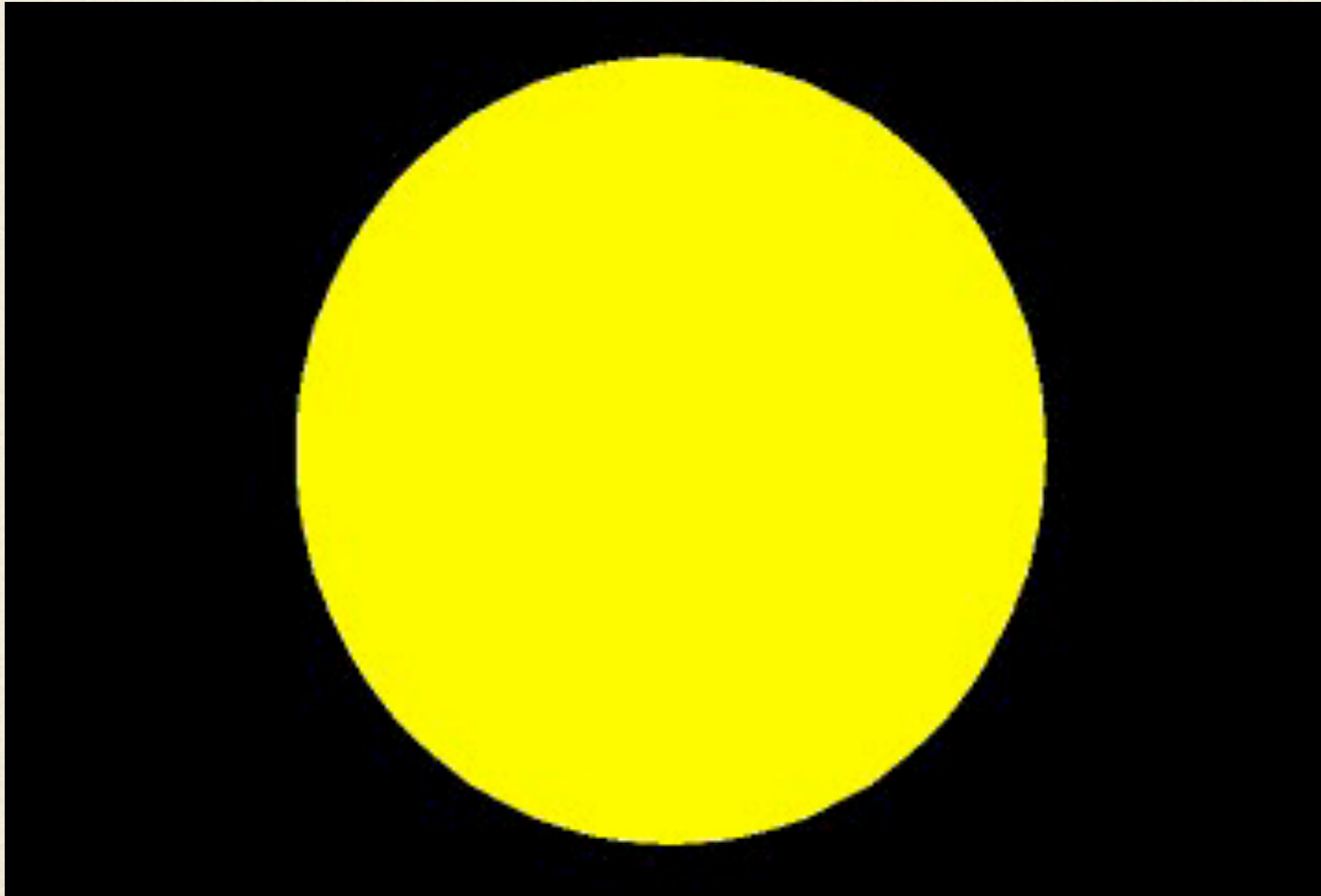




# 太陽は表面近くは対流・乱流だから音波源



# 太陽は表面近くは対流・乱流だから音波源



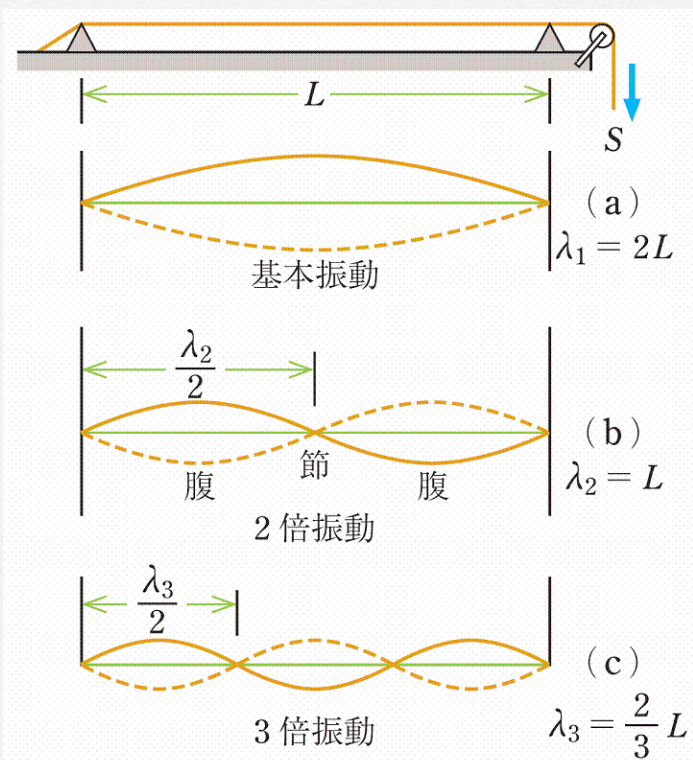
**雑音：特定の音ではなく全ての音が混ざっている**

## **管楽器**

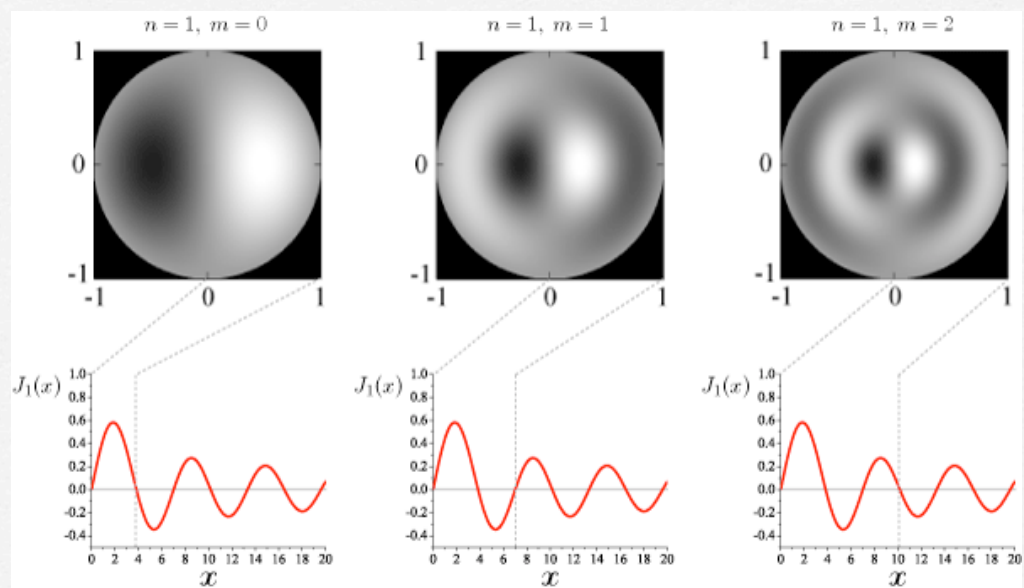
**空気の吹き込みが音源：雑音源**

**管楽器自身の特定の音だけが生き残る：固有の音**

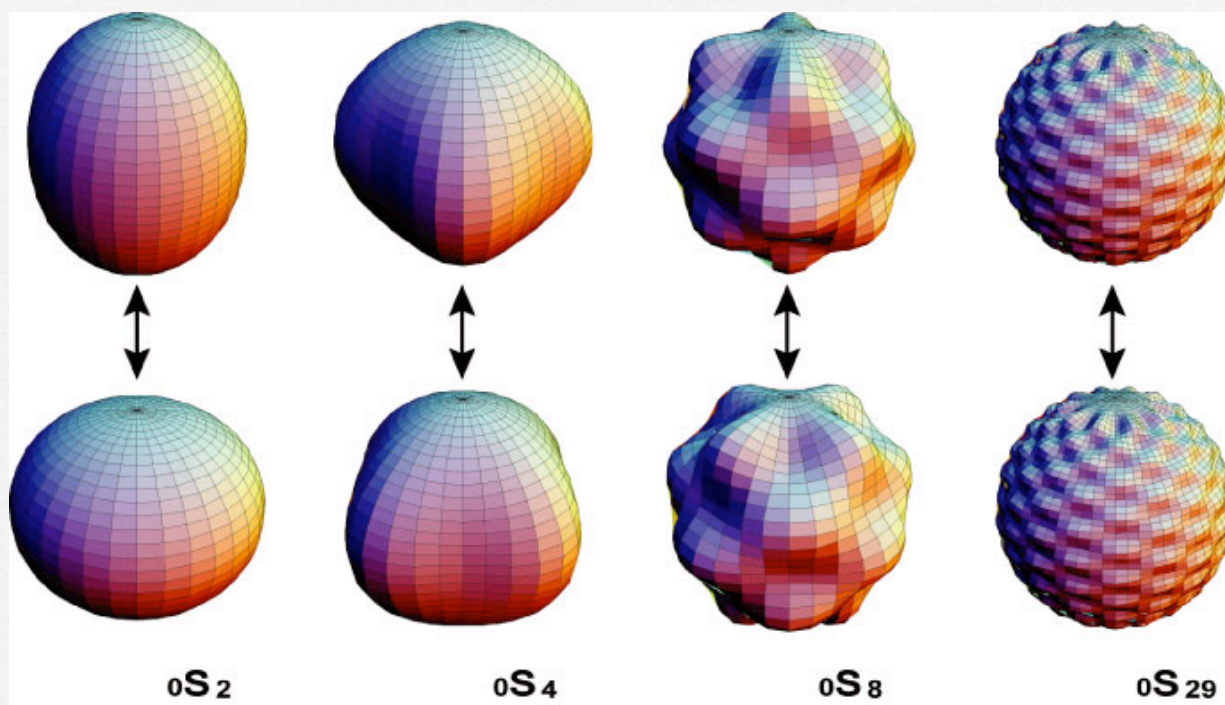




## 弦の振動



## 円盤の振動



## 球面の振動

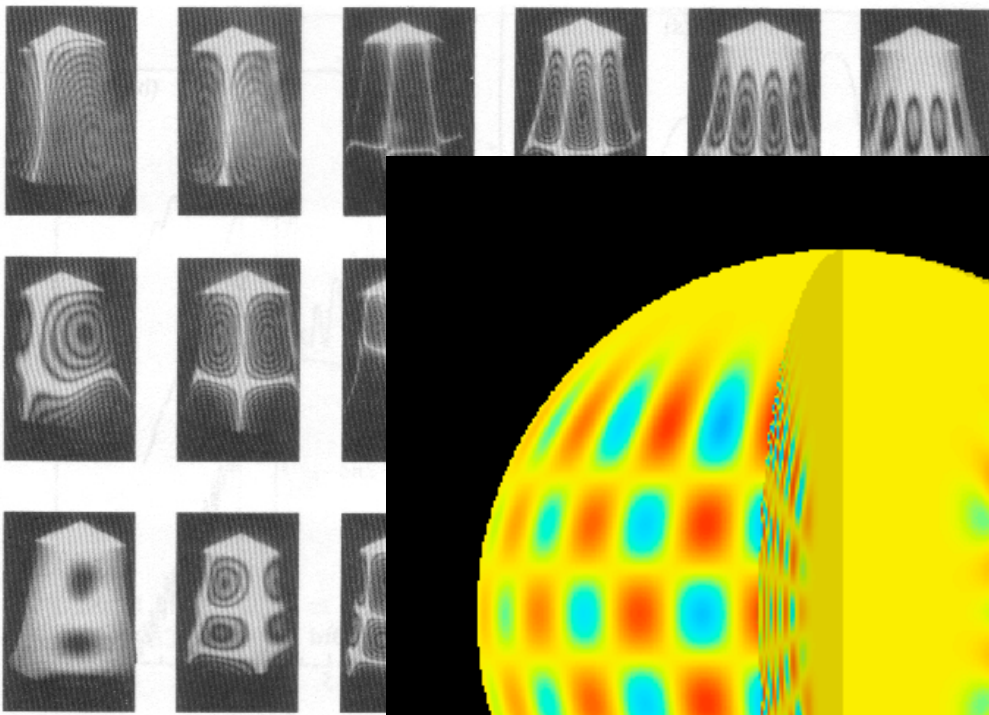


FIGURE 21.16. Time-average h  
C<sub>5</sub> handbell (Rossing et al., 198

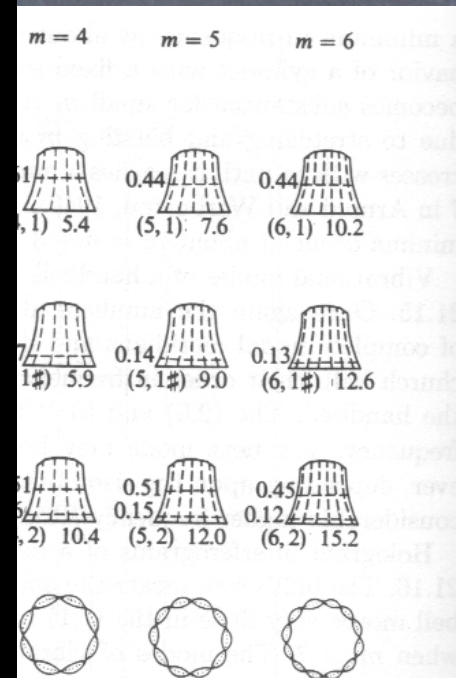
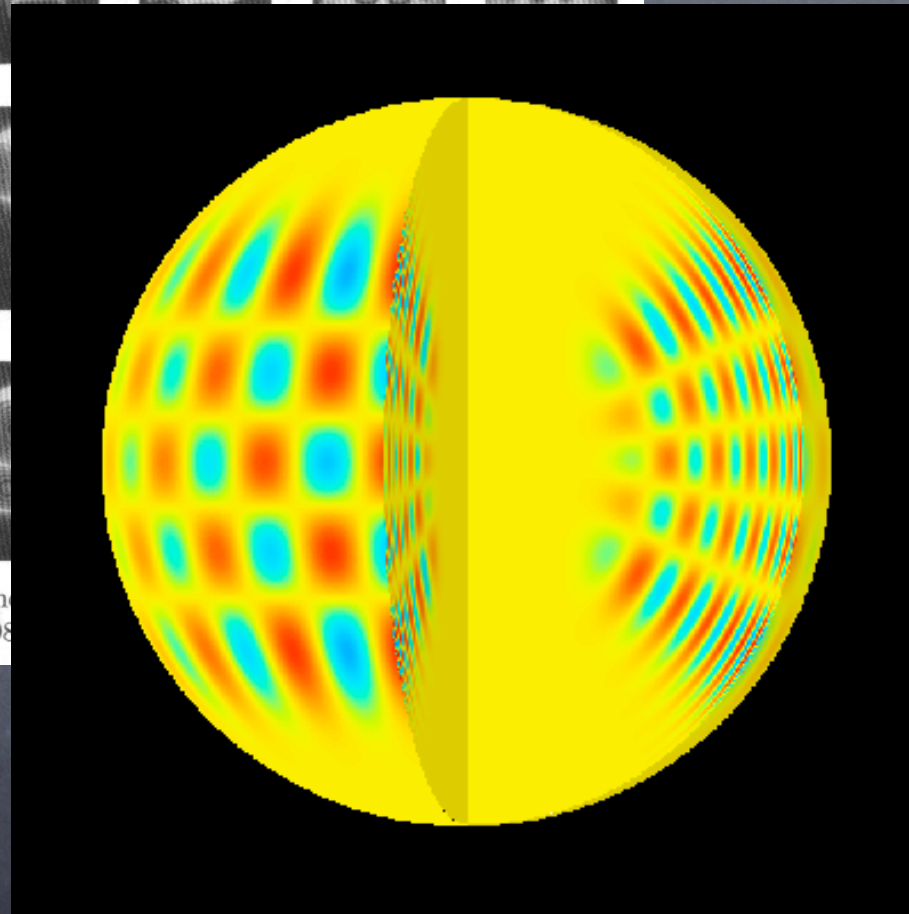


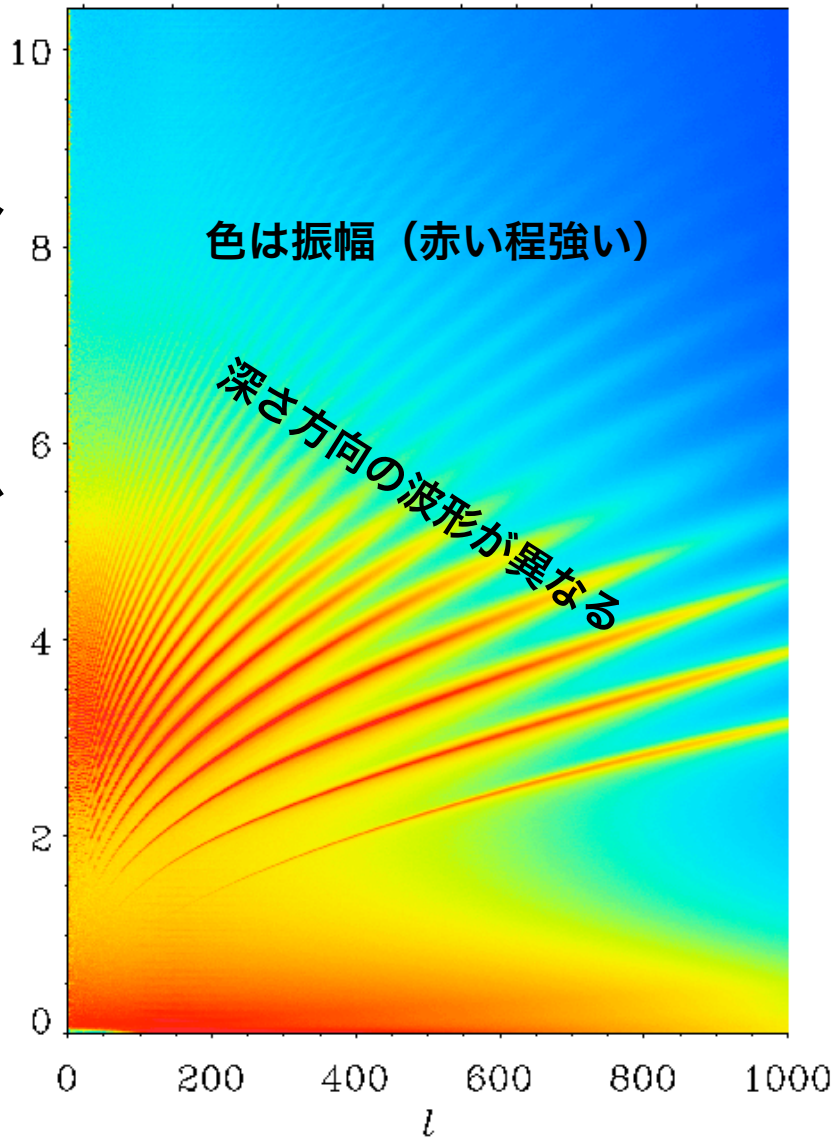
FIGURE 21.15. Periodic table of vibrational modes in a handbell. Below each drawing are the relative modal frequencies in a Malmark C<sub>5</sub> handbell. At lower left,  $(m, n)$  gives the number of nodal meridians  $2m$  and nodal circles  $n$  (Rossing and Perrin, 1987).

振動の様子は「固有振動」  
の重ね合わせ

水平方向の波長 ( $10^3\text{km}$ )

200 30 15 10<sup>-8</sup> 7 6 5

振動数 ( $10^{-3}\text{Hz}$ )

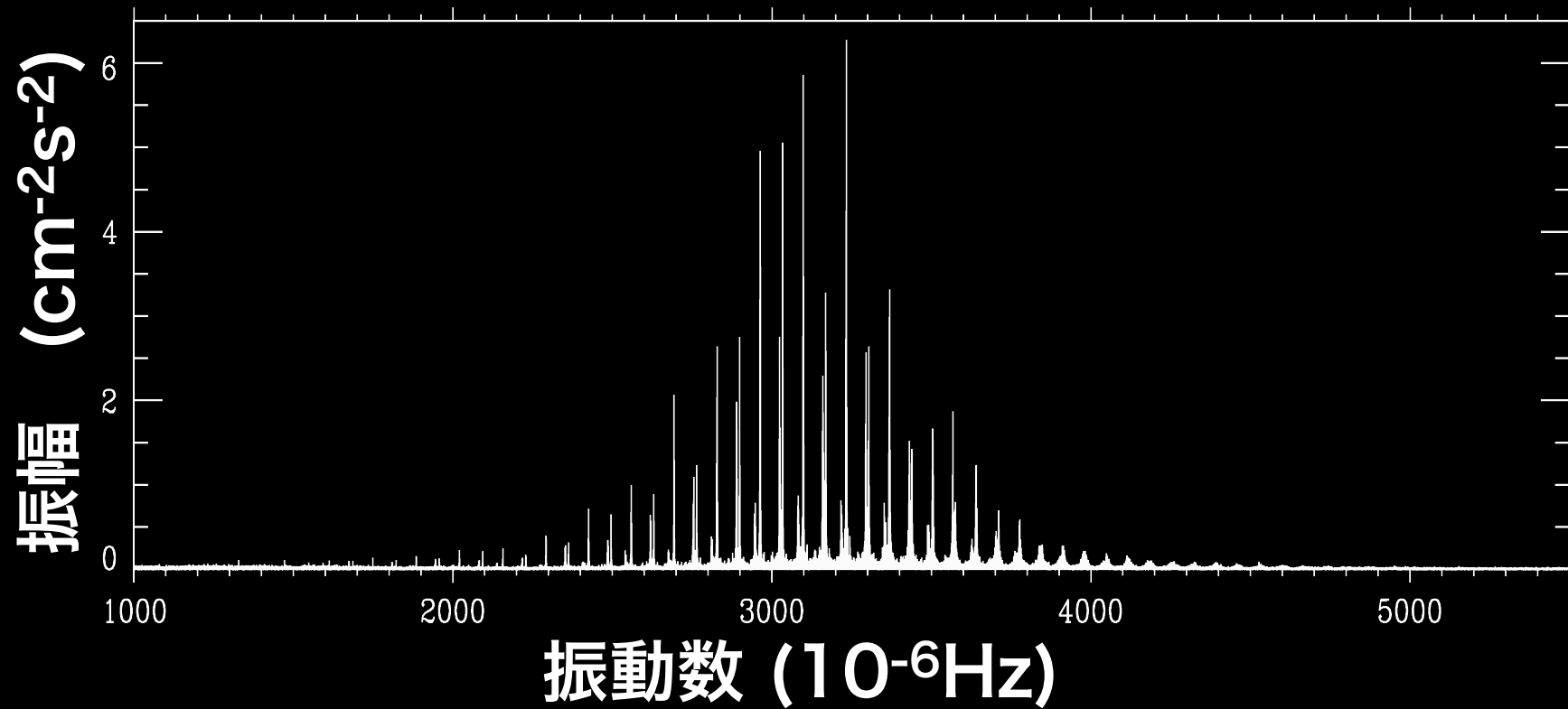


眺めることで音を  
聴き分けられる

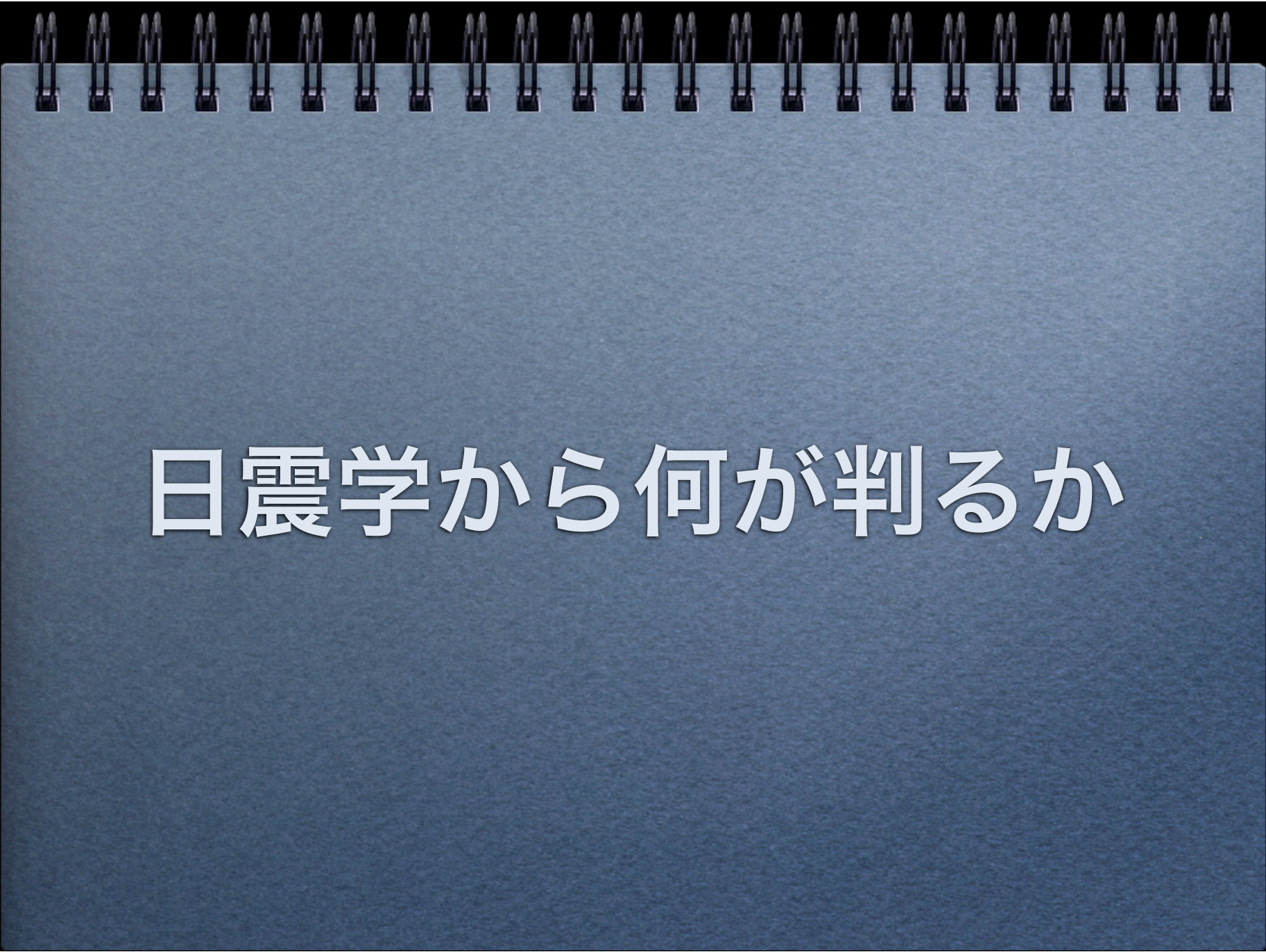
非常に沢山の音色を  
聴き分けられる

内部の詳細な診断  
が可能!

# 太陽を星として観測すると



明るさの変動振幅では $10^{-6}$

A blue spiral-bound notebook is shown from a top-down perspective. The spiral binding is at the top edge. The cover is a solid blue color with a fine, pebbled texture. In the center of the cover, the Japanese text '日震学から何が判るか' is printed in a white, bold, sans-serif font. The text is arranged in a single line and is centered horizontally and vertically on the cover.

日震学から何が判るか

# 音波の振動周期：長さ ÷ 音速

太陽内部の音速構造

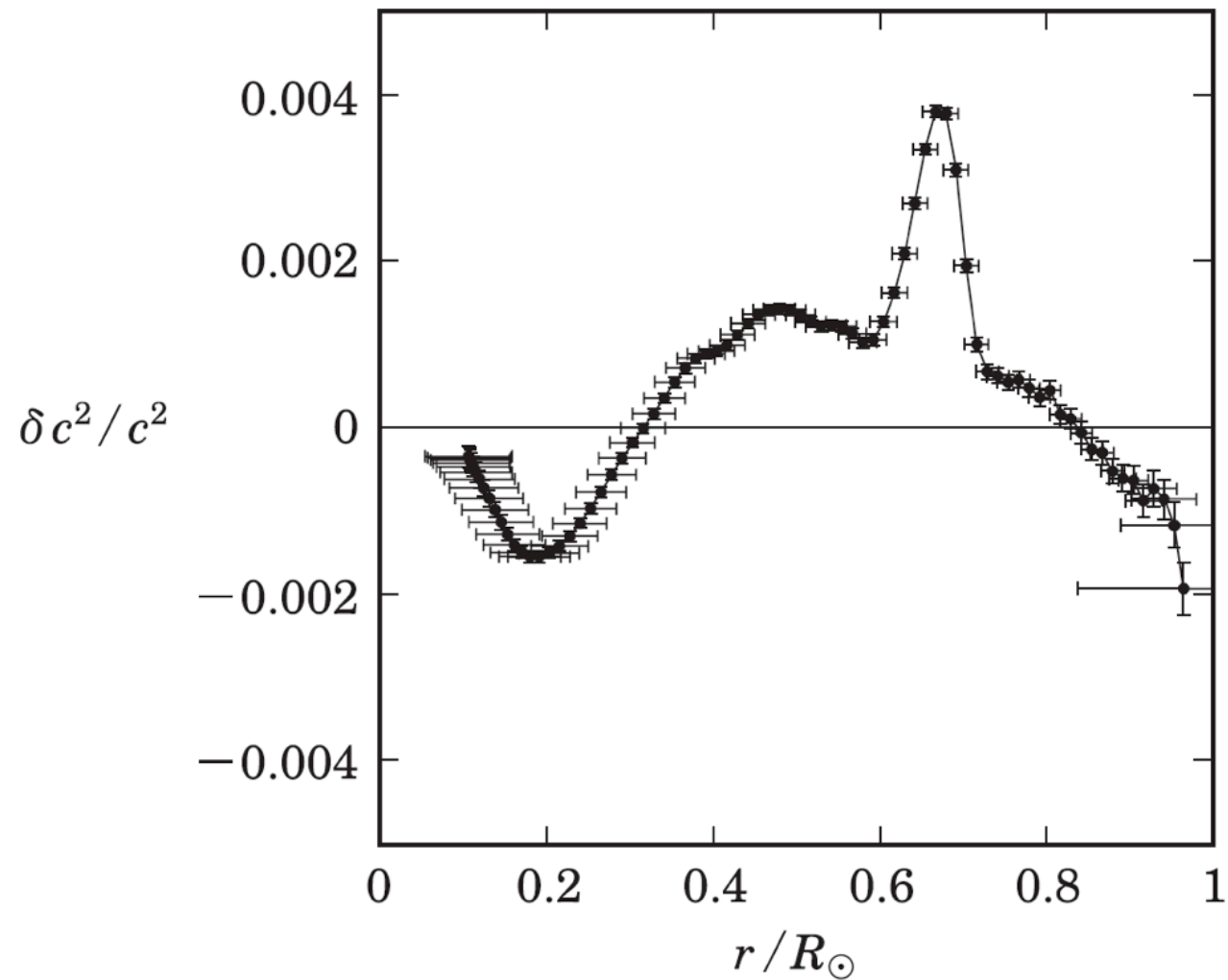
音速：温度と組成

## 音波の伝わりに影響するもの：

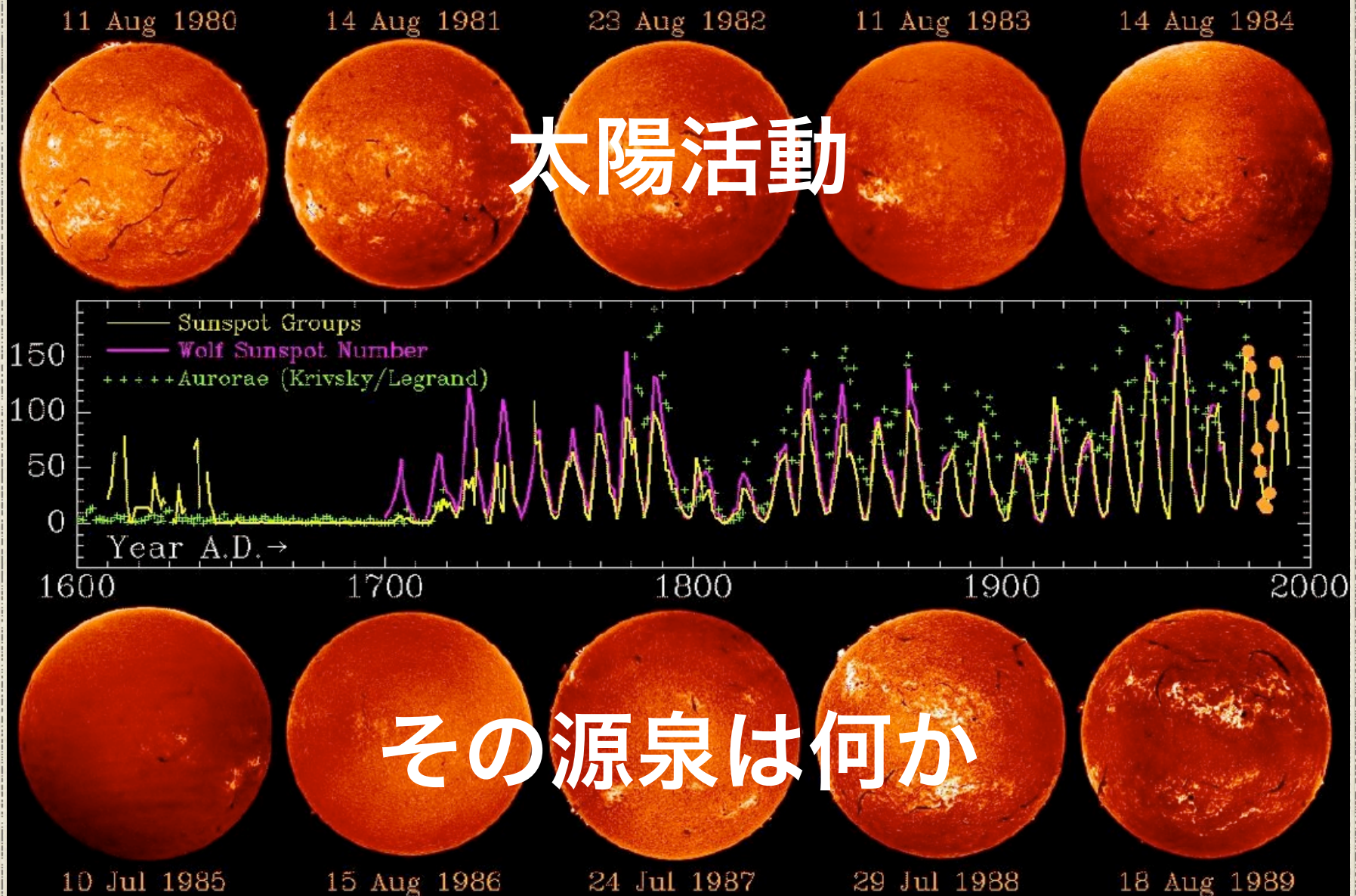
太陽内部での流れ（自転）の構造

磁場の構造

## 日震学で判った太陽とモデルの差



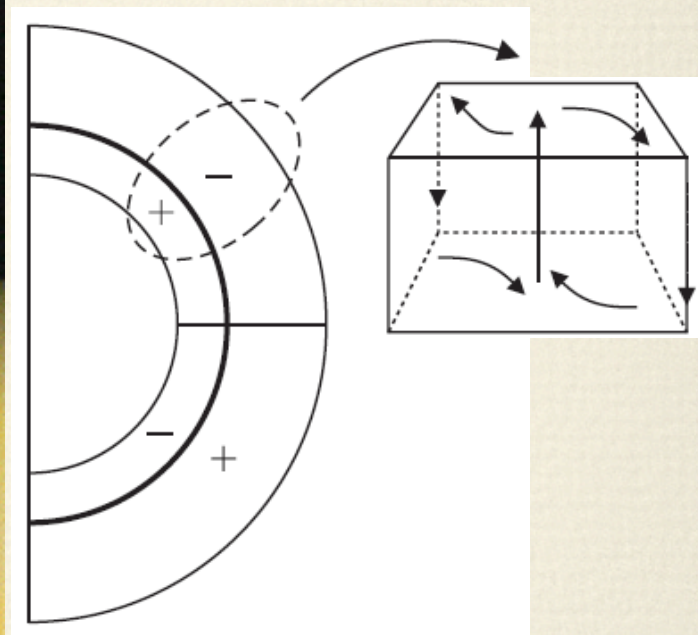
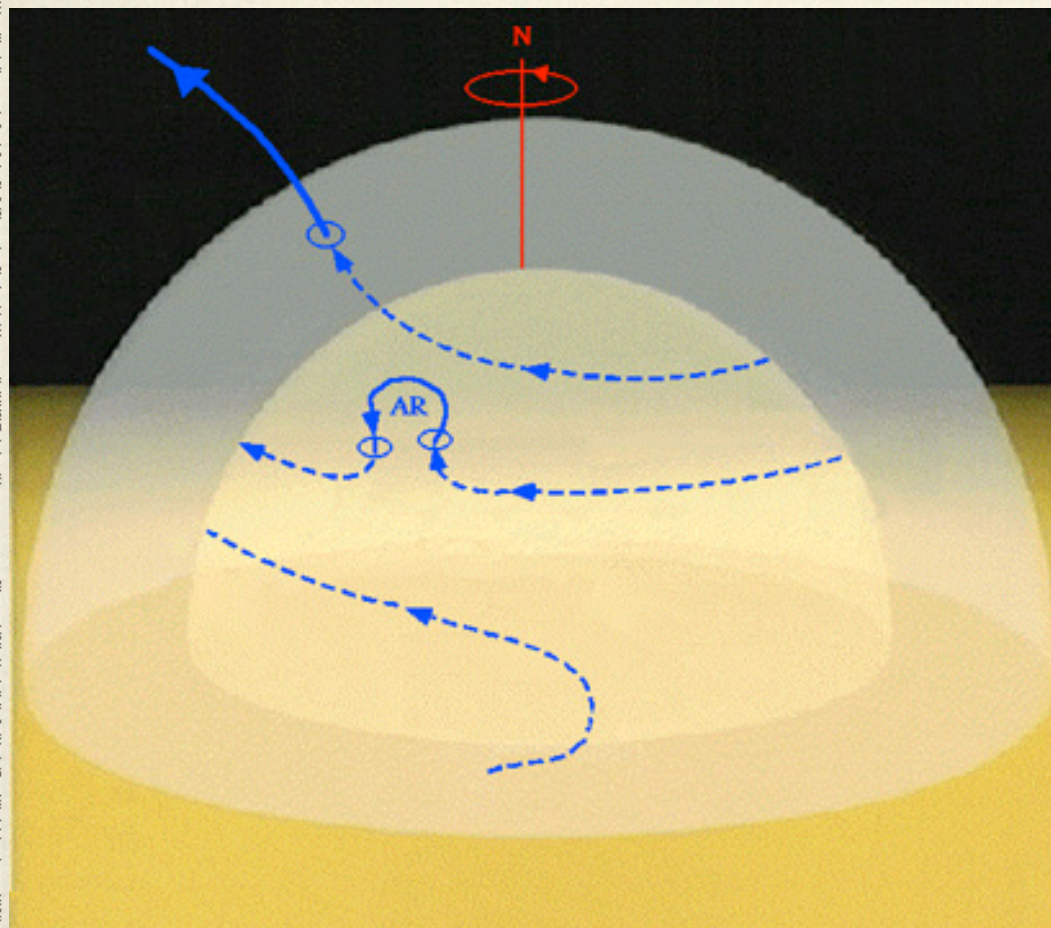
# 太陽活動

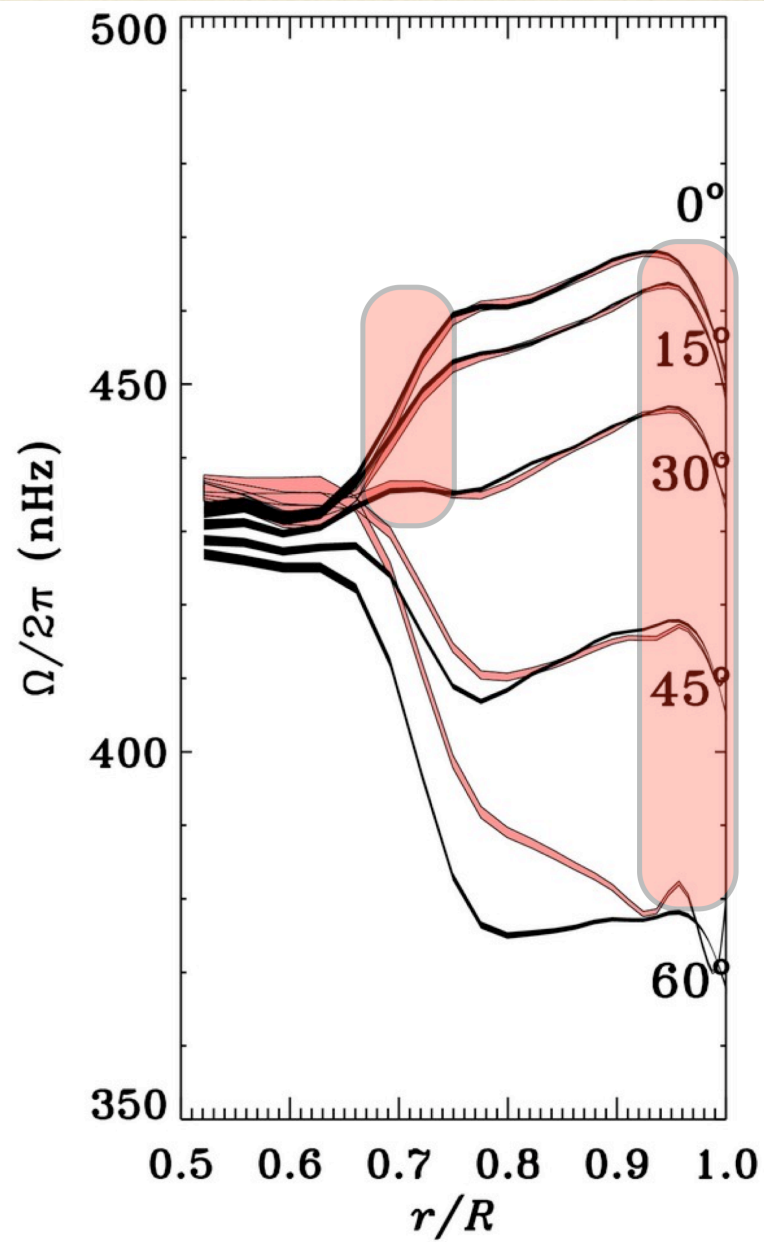
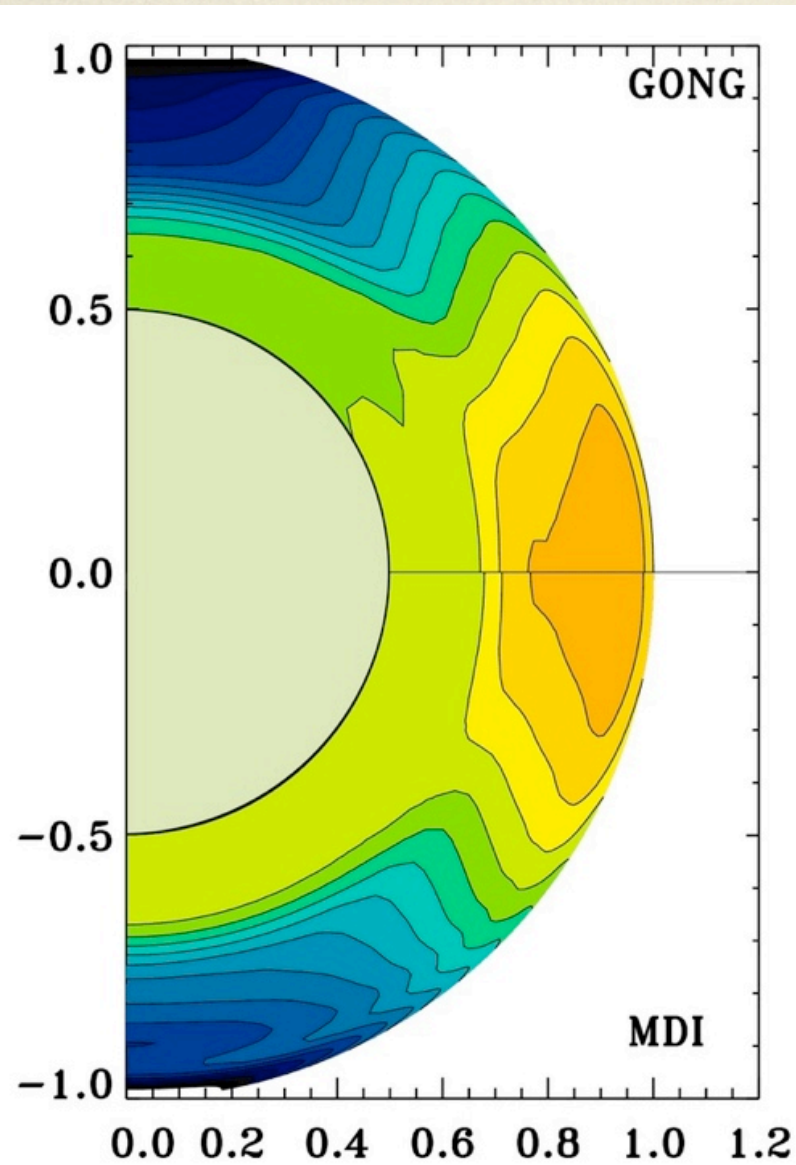




Apr 17 2002 23:59:32

# 磁場は対流と自転によって作られるので 自転情報は極めて有用





## **レポート問題（柴橋担当分）**

**5.10 と 5.17 で扱った星についての話題において、  
新たに興味関心を抱いた点について、  
何が自分にとって新しい知見であったかを含めて、  
A4 1ないし2枚程度にまとめよ。**